



# Geometrie- und Spannungsoptimierung eines einteiligen Recurvebogens





M-4-8/2017

#### **Georg BAUMANN**

Institut für Holzbau und Holztechnologie Technische Universität Graz



## Georg Baumann, BSc

# Geometrie- und Spannungsoptimierung eines einteiligen Recurvebogens

#### **MASTERARBEIT**

zur Erlangung des akademischen Grades
Diplom-Ingenieur
Masterstudium Bauingenieurwissenschaften – Konstruktiver Ingenieurbau

Eingereicht an der

#### Technischen Universität Graz

Betreuer

Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Gerhard Schickhofer Institut für Holzbau und Holztechnologie

Dipl.-Ing. Severin Zimmer Institut für Holzbau und Holztechnologie

Dipl.-Ing. Dr.techn. Florian Feist Institut für Fahrzeugsicherheit

Graz, September 2017

## EIDESSTATTLICHE ERKLÄRUNG AFFIDAVIT

Tell etklare all Eldes statt, dass lell die vornegende Arbeit selbststandig verfasst,
andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt, und die den benutzten
Quellen wörtlich und inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht
habe. Das in TUGRAZonline hochgeladene Textdokument ist mit der vorliegenden
Masterarbeit identisch.
I declare that I have authored this thesis independently, that I have not used other
than the declared sources/resources, and that I have explicitly indicated all material
which has been quoted either literally or by content from the sources used. The text
document uploaded to TUGRAZonline is identical to the present master's thesis.

Datum / Date	Unterschrift / Signature

## **Danksagung**

An dieser Stelle will ich mich bei all jenen bedanken, die mich beim Verfassen dieser Arbeit unterstützt und mir die zur Umsetzung notwendigen Mittel zur Verfügung gestellt haben.

Besonderer Dank gilt Herrn Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Gerhard Schickhofer, Leiter des Instituts für Holzbau und Holztechnologie der TU Graz. Durch seine spannenden Vorträge motivierte er mich, mein Wissen im Fachbereich des Holzbaus zu vertiefen und bot mir die Möglichkeit, an laufenden Forschungsarbeiten mitzuwirken und an ihnen zu reifen. Darüber hinaus will ich mich für die Genehmigung, Betreuung und abschließende Begutachtung meiner Masterarbeit bedanken.

Des Weiteren will ich mich recht herzlich bei meinem Betreuer und Mentor Dipl. Ing. Severin Zimmer bedanken, der stets ein offenes Ohr für meine Fragen und Anregungen hatte. Er war fortwährend bemüht mich bei den Lösungsfindungen zu unterstützen und maßgeblich an der prüftechnischen Umsetzung meiner Versuche beteiligt.

Ein außerordentlicher Dank gilt ebenso Herrn Dipl.-Ing. Dr.techn. Florian Feist und Herrn Alexander Hödl vom Institut für Fahrzeugsicherheit der TU Graz. Sie ermöglichten durch ihre bereitwillige Mithilfe die Umsetzung der dynamischen Betrachtungen für den untersuchten Sportbogen.

Großer Dank gilt auch der Studienbeihilfenbehörde, welche mir durch die Bereitstellung finanzieller Mittel dieses lehrreiche Studium und eine wundervolle, unvergessliche Zeit in Graz ermöglichte.

Auch meinem Auftraggeber und Bogenbauer Herrn Manfred Kaufmann sei ein Dank ausgesprochen. Er hat dieses überaus spannende und interessante Forschungsthema an das Institut für Holzbau und Holztechnologie herangetragen und meine Arbeiten stets durch seine materielle Unterstützung begleitet.

Weiters will ich mich bei Herrn Fachoberinspektor Robert Schrempf vom Institut für Tragwerksentwurf der TU Graz bedanken. Er führte den zur Geometrieerfassung notwendigen 3D-Laserscan von dem betrachteten Sportbogen durch.

Zu guter Letzt bedanke ich mich bei allen bisher noch unerwähnten Mitarbeitern und Mitarbeiterinnen des Instituts für Holzbau und Holztechnologie sowie der holz.bau forschungs gmbH und meinen Studienkollegen, die mich beim Verfassen dieser Arbeit unterstützt und beraten haben.

## Kurzfassung

Der Bogenbau zählt zu den ältesten Kunstfertigkeiten der Menschheitsgeschichte. Obwohl ein Bogen grundsätzlich nur aus einem Stock und einer Schnur besteht, braucht es höchstes handwerkliches Geschick, um diese simpel wirkenden Bauteile in das Werkzeug zu verwandeln, welches hunderten von Generationen das Überleben gesichert hat. In den vielen tausend Jahren bogentechnischer Entwicklungsgeschichte, welche bis heute durchlaufen wurden, entstand quer über den Globus eine Vielzahl unterschiedlicher Bogentypen. Eine Variante davon stellt der vorliegende, einteilige Recurvebogen dar. Bei diesem Bogentyp sind die Wurfarme quasistarr mit dem Griffstück verklebt, wodurch es zu Spannungsinteraktionen in den Übergangsbereichen kommt. Diese Beanspruchungen führten bei einigen Bögen zu Delaminierungserscheinungen. Die vorliegende Arbeit setzt sich zum Ziel, diesen Bogenbereich derart zu optimieren, dass ein solches Versagen mit hoher Wahrscheinlichkeit nicht mehr auftreten kann. Zu diesem Zweck erfolgten FE-gestützte Untersuchungen des Bogens, welche mit praktischen Versuchen validiert wurden. Da sowohl bei der Beanspruchungsart als auch bei der Fügetechnik und den Eigenspannungen Parallelen zu bauingenieursmäßigen Anwendungsfällen feststellbar waren, wurden Erkenntnisse aus diesem Forschungsbereich auf das System des Sportbogens angewendet. Aus der Summe aller Einzelbetrachtungen ergab sich ein Bild von der Bruchursache sowie von der Gesamtauslastung des Bogens. Diese Ergebnisse dienten als Basis für die anschließende Geometrie- und Spannungsoptimierung, aus der mehrere Lösungsansätze zur Behebung des Delaminierungsproblems hervorgingen. Die erarbeiteten Modifikationsvarianten, welche auf einer spannungstechnisch günstigeren Lamellenführung beruhen, wurden in abschließenden Versuchen auf ihre Tauglichkeit überprüft.

### **Abstract**

Bow-making is one of the oldest craftsmanship in human history. Although a bow basically consists only of a stick and a string, it requires the utmost craftsmanship to transform these simple looking components into the tool, which has assured survival for hundreds of generations. In thousands of years, archery development has introduced a variety of different types of bows across the globe. The present single-piece recurvebow represents a variant of those. The limbs of this bow are rigidly connected with the grip, which generates stress interactions in the transition regions. These stresses led to delamination in some bows. The aim of this thesis is to optimize this bow grip in such a way that the problem of delamination cannot longer occur with high probability. For this purpose, FE-supported studies of the bow were carried out and validated against experimental tests. The research area of civil engineering was applied to the sports bows, because of similarities in the load cases, the joining techniques and the residual stresses. The sum of all individual observations visualizes the cause of the fracture as well as the total utilization of the bow. These results served as a basis for the subsequent optimization of the geometry and the stress distribution in the bow. As a result of this optimization process, several approaches for solving the delamination problem were discussed. The results of the modification variants are an optimized layout of the lamellas, which were tested for their suitability.



## Inhaltsverzeichnis

KAPITEL I	1: EINLEITUNG	1
1-1	MOTIVATION UND ZIEL DER ARBEIT	1
KAPITEL 2	2: GRUNDLAGEN	3
2-1	DER BOGEN	3
2-1.1	Die Bestandteile eines Bogens	3
2-1.2	Wirkungsweise des Bogens	4
2-2	DER PFEIL	6
2-2.1	Bestandteile und Anforderungen an den Pfeil	6
2-3	BOGENTYPEN	10
2-3.1	Der gerade Bogen ohne Recurves	11
2-3.1.1	Der Flachbogen	11
2-3.1.2	Der Langbogen	12
2-3.2	Der Bogen mit statischen Recurves	15
2-3.3	Der Bogen mit arbeitenden Recurves	17
2-3.4	Ergänzungen zur Kategorisierung der Bogentypen	19
2-4	HISTORISCHER ABRISS	19
2-4.1	Das Zeitalter des Holzbogens	20
2-4.2	Die Entwicklung der Kompositbogentechnik	24
2-5	ANALOGIEN ZUM BAUWESEN	28
2-5.1	Querzugbeanspruchung in Bogenträgern	28
2-5.2	Eigenspannungen in Bogenträgern	30
2-5.3	Relaxationsverhalten von Holzwerkstoffen	32
2-5.3.1	Bestimmung des Relaxationsverhaltens im Versuch	32
2-5.3.2	Rechnerische Berücksichtigung in der Bemessung	33
2-5.4	Mechanisches Verhalten von Klebeverbindungen	34



2-5.4.1	Bruchmechanik	35
2-5.4.2	Modellbildung	35
2-6	ÜBERLEGUNGEN ZUR BEANSPRUCHUNG IM BOGEN	37
2-6.1	Schadensbilder	38
2-6.2	Ursachenergründung für das Versagen	39
KAPITEL 3:	MATERIALIEN & METHODEN	42
3-1	DER KOMPOSITAUFBAU DES BOGENS	42
3-2	GEOMETRIEERFASSUNG DES BOGENS	44
3-3	KLEBSTOFFPRÜFUNGEN	46
3-3.1	Zugscherversuche	46
3-3.1.1	Einschnittige Verbindungen / Vorversuche	47
3-3.1.2	Zweischnittige Verbindungen	48
3-3.2	Querzugversuche	51
3-3.2.1	Prüfgeometrie 1	52
3-3.2.2	Prüfgeometrie 2	55
3-4	RELAXATIONSVERSUCHE	56
3-5	STATISCHE HALB- UND GANZBOGENVERSUCHE	59
3-5.1	Bestimmung der Ausziehcharakteristik	59
3-5.1.1	Prüfaufbau	59
3-5.2	Belastungstests an Halbbögen	62
3-5.2.1	Versuchsvorbereitung	62
3-5.2.2	Prüfaufbau	64
3-6	DYNAMISCHER ABSCHUSSTEST	65
3-6.1	Versuchsvorbereitung	66
3-6.2	Prüfaufbau	67
KAPITEL 4: 1	RECHENMODELLE & SIMULATIONEN	69



4-1	STATISCHE BETRACHTUNGEN	69
4-1.1	Rechenmodelle zu den Klebstoffprobekörpern	69
4-1.1.1	Zugschermodelle	70
4-1.1.2	Querzugmodelle	71
4-1.2	Betrachtung fertigungsinduzierter Spannungen	72
4-1.3	Das räumliche Ganzbogenmodell	73
4-1.4	Die Detailbetrachtung des Griffstücks	76
4-1.5	Das ebene Halbbogenmodell	76
4-2	DYNAMISCHE BETRACHTUNGEN	78
KAPITEL 5:	ERGEBNISSE & ANALYSE	83
5-1	DIE KLEBSTOFFEIGENSCHAFTEN	83
5-1.1	Zugscherbetrachtungen	83
5-1.1.1	Einschnittige Verbindungen / Vorversuche	83
5-1.1.2	Zweischnittige Verbindungen	85
5-1.2	Querzugbetrachtungen	87
5-2	RELAXATIONSVERHALTEN UND EIGENSPANNUNGEN	91
5-2.1	Die Messdaten aus dem Versuch	91
5-2.2	Eigenspannungen der Fügeteile	93
5-2.3	Fertigungsinduzierte Spannungen in Klebefugen	94
5-3	DAS STATISCHE VERHALTEN DES BOGENS	98
5-3.1	Die Ausziehcharakteristik	98
5-3.2	Spannungsverläufe im Bogen	100
5-4	DAS DYNAMISCHE VERHALTEN DES BOGENS	102
5-4.1	Der Abschuss des Pfeils	102
5-4.2	Das Nachschwingverhalten des Bogens	105
5-5	DIE AUSLASTUNG DES BOGENS	108



5-5.1	Die Beanspruchung der Wurfarme	108
5-5.2	Die Beanspruchungen im Griffbereich	110
5-6	GEOMETRIE UND SPANNUNGSOPTIMIERUNG	112
5-6.1	Optimierungsbetrachtungen in FE-Studien	112
5-6.1.1	Modifikationsvariante 1	112
5-6.1.2	Modifikationsvariante 2	113
5-6.2	Validierung an Halbbogenversuchen	115
5-6.2.1	Untersuchung der Modifikationsvariante 1 am Halbbogen 04	115
5-6.2.2	Untersuchung der Modifikationsvariante 2 am Halbbogen 02	117
5-6.3	Diskussion der Lösungsansätze	119
5-7	DAS LEISTUNGSPOTENZIAL DES BOGENS	120
5-7.1	Die Ermittlung des Wirkungsgrades eines Bogens	121
5-7.2	Der Vergleich von Materialien im Bogenbau	122
KAPITEL 6:	ZUSAMMENFASSUNG & AUSBLICK	129
<b>KAPITEL 6:</b> 6-1	ZUSAMMENFASSUNG & AUSBLICK	
		129
6-1	ZUSAMMENFASSUNG	129 130
6-1 6-2	ZUSAMMENFASSUNG	129 130 I
6-1 6-2 ANHANG A	ZUSAMMENFASSUNG	129 130 I
6-1 6-2 <b>ANHANG A</b> A-1	ZUSAMMENFASSUNG  AUSBLICK  VERZEICHNISSE  Literaturverzeichnis	129 130 I I
6-1 6-2 ANHANG A A-1 ANHANG B	ZUSAMMENFASSUNG  AUSBLICK  VERZEICHNISSE  Literaturverzeichnis  BRUCHBILDER	1129 1130 I .IV .IV
6-1 6-2 <b>ANHANG A</b> A-1 <b>ANHANG B</b> B-1	ZUSAMMENFASSUNG  AUSBLICK  VERZEICHNISSE  Literaturverzeichnis  BRUCHBILDER  Einschnittige Zugscherproben	129 130I .IV .IV
6-1 6-2 ANHANG A A-1 ANHANG B B-1 B-2	ZUSAMMENFASSUNG  AUSBLICK  VERZEICHNISSE  Literaturverzeichnis  BRUCHBILDER  Einschnittige Zugscherproben  Zweischnittige Zugscherproben	1129 1130II .IV .VI .XV
6-1 6-2 ANHANG A A-1 ANHANG B B-1 B-2 B-3	ZUSAMMENFASSUNG  AUSBLICK  VERZEICHNISSE  Literaturverzeichnis  BRUCHBILDER  Einschnittige Zugscherproben  Zweischnittige Zugscherproben  Querzugprobekörper der Prüfgeometrie 1	1129 1130IIIVVIVI XV
6-1 6-2 ANHANG A A-1 ANHANG B B-1 B-2 B-3 B-4	ZUSAMMENFASSUNG  AUSBLICK  VERZEICHNISSE  Literaturverzeichnis  BRUCHBILDER  Einschnittige Zugscherproben  Zweischnittige Zugscherproben  Querzugprobekörper der Prüfgeometrie 1  Querzugprobekörper der Prüfgeometrie 2  X	1129 1130II .IV .VI .VI XV



## KAPITEL 1: EINLEITUNG

#### 1-1 MOTIVATION UND ZIEL DER ARBEIT

Der Bogen zählt neben (Wurf-)Speeren und Speerschleudern (Atlatl) zu den ältesten Jagdwaffen der Menschheitsgeschichte. Obwohl er grundsätzlich nur aus einem Stock und einer Schnur besteht, braucht es höchstes handwerkliches Geschick, um diese simpel wirkenden Bauteile in das Werkzeug zu verwandeln, welches hunderten von Generationen das Überleben gesichert hat.

Mich fasziniert die Art und Weise wie diese traditionellen Bögen und Pfeile gebaut wurden und welches Leistungspotenzial in ihnen steckt bereits seit meiner Kindheit. Seither nutze ich einen großen Teil meiner Freizeit um mehr über deren Fertigung, das Design, sowie die eingesetzten Materialien in Erfahrung zu bringen und in meinen eigenen Bogen- und Pfeilrepliken möglichst realitätsnah zu reproduzieren und auszutesten.

Durch mein Studium der Bauingenieurswissenschaften an der Technischen Universität Graz erlernte ich die mechanischen Grundsätze, welche mir dazu verhalfen, die Wirkungsweise und das Design der Bögen zu hinterfragen und zu verstehen. Viele der erlernten statischen und dynamischen Erkenntnisse aus dem Baubereich lassen sich auf den Bogenbau übertragen. Dieser Umstand führt dazu, dass ich im Gegensatz zu den bisher rein empirischen Ansätzen, die den Bogenbau seit eh und je prägen, vorab Berechnungen aufstellen kann, um die Eigenschaften bzw. Beanspruchungen, die ein neues Design mit sich bringt, abzuschätzen.

Der Bogenbauer Manfred Kaufmann aus Eggenberg ist bekannt für seine anspruchsvollen Designkonzepte, die den eingesetzten Materialien aus spannungstechnischer Sicht einiges abverlangen. Bei einem seiner neuesten Bogenmodelle, dem "Styrian Archery Recurve Black Furious" kommt der Anschluss zwischen Wurfarm und Griffstück an die Grenze seiner Belastbarkeit, was sich bei einzelnen Bögen in Form von Delaminierungserscheinungen äußerte. In Folge dieser Versagensfälle bat er das Institut für Holzbau und Holztechnologie der Technischen Universität Graz um Unterstützung. Im Zuge dieses Ersuchens, welches primär auf die Ursachenergründung für das Delaminieren mancher Bögen abzielte, kamen noch weitere, spannungstechnische Fragestellungen hinzu, wodurch der inhaltliche Grundstein für die vorliegende Masterarbeit gelegt war.

Konkret handelt es sich beim "Black Furious" um einen einteiligen Sportbogen im Reflex-Deflex Design, der durch seine geschwungene Form an einen historischen Reiterbogen erinnert. Reflex bedeutet, dass der unbespannte Bogen entgegen seiner späteren Auszugsrichtung vorverformt ist, sodass die Wurfarmenden Richtung Ziel zeigen, wohingegen mit Deflex eine Vorverformung zum Bogenschützen hin gemeint ist. Wird das Deflex-Design in der Bogenmitte und das Reflex-Design an den Bogenenden, wie in Abbildung 1-1 veranschaulicht, angewendet, so entsteht eine doppel S-Form, die Reflex-Deflex heißt und heute bei sehr vielen Sportbogendesigns gebräuchlich ist.



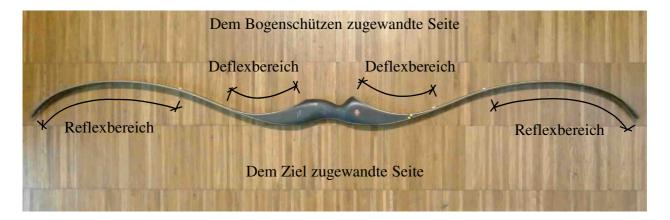


Abbildung 1-1: Reflex- und Deflexbereiche eines modernen Recurvebogens

Bei dem hier vorliegenden einteiligen Bogentyp sind sämtliche Komponenten quasi starr miteinander verklebt, was Spannungsinteraktionen in den Übergangsbereichen verursacht und in weiterer Folge zu einem Versagen der Klebeverbindung führen kann. Ähnliche Erscheinungen treten auch bei bauingenieursmäßigen Anwendungsfällen, wie beispielsweise Bogenträgern auf. Bedingt durch die sich ergebenden Analogien bezüglich der Querzugthematik sowie fertigungsinduzierten Spannungen, werden die aus dem Bauingenieurbereich stammenden Erkenntnisse auf den vorliegenden Sportbogen angewendet.

Die vorliegende Arbeit setzt sich zum Ziel, eine Optimierungsempfehlung für die kritischen Übergangsbereiche, auf Basis von spannungstechnischen Betrachtungen zu entwickeln. Dadurch soll gewährleistet werden, dass ein Queraufreissen des Bogens mit hoher Wahrscheinlichkeit ausgeschlossen werden kann. Die zu diesem Zweck notwendigen Analysen beruhen auf FE-Simulationen, welche mit praktischen Versuchen verifiziert werden. Damit soll auch gezeigt werden, wie genau die im Bogen auftretenden Vorgänge in Rechenmodellen beschrieben werden können bzw. bis zu welchem Detaillierungsgrad eine Simulationsfähigkeit besteht. Um diese Betrachtungen zu vervollständigen, wird der vorliegende Sportbogentyp global hinsichtlich seiner mechanischen Eigenschaften und Beanspruchungen analysiert, um in weiterer Folge eine Aussage über das statische und dynamische Verhalten des Gesamtsystems treffen zu können.



## KAPITEL 2: GRUNDLAGEN

#### 2-1 DER BOGEN

Um die Nachvollziehbarkeit der folgenden Ausführungen zu erleichtern, werden am Beginn dieses Kapitels zunächst die wesentlichen Bestandteile eines Bogens sowie allgemeine Begrifflichkeiten am Beispiel des vorliegenden Recurvebogens erläutert. Je nach Bogentyp kann die Art und Anzahl der Ausstattungen stark variieren, wobei die wesentlichen Komponenten wie Griffstück, Wurfarme und Bogensehne bei jedem Bogen vorhanden sind.

#### 2-1.1 DIE BESTANDTEILE EINES BOGENS

In Abbildung 2-1 ist die Ansicht des bespannten Recurvebogens gezeigt. Die dem Ziel zugewandte, unter Zug stehende Seite, wird als Bogenrücken bezeichnet, wohingegen die zum Schützen gerichtete Seite, welche beim Spannen des Bogen unter Druck steht, als Bogenbauch bezeichnet wird. Das Griffstück, welches bei den meisten Bogentypen wesentlich steifer als die angrenzenden Wurfarme ist, weist bei fast allen modernen Bögen eine Pfeilauflage auf. An das Griffstück schließen die beiden Wurfarme an, wobei durch die Art wie der Bogen beim Schießen gehalten wird zwischen einem oberen und einen unteren Wurfarm unterschieden werden kann. Der obere Wurfarm ist an jener Seite des Griffes, wo der Pfeil aufgelegt wird, situiert. Weiters gehört zu jedem Bogen eine Sehne, welche die Enden der Wurfarme zueinander spannt und durch die Nocken in Lage gehalten wird. Die Bogennocken sind im Grunde Rillen, welche in das Wurfarmende eingelassen sind und zur Aufnahme der Sehne dienen.

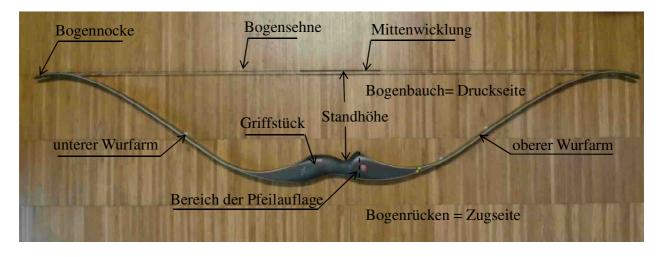


Abbildung 2-1: wesentliche Komponenten eines Bogens

Wie in Abbildung 2-1 erkennbar, ist die Bogensehne auf Höhe des Griffes durch eine sogenannte Mittenwicklung verstärkt. Diese lokale Durchmessererhöhung der Sehne soll ein optimales Ineinandergreifen zwischen Sehne und Pfeil gewährleisten, zum anderen den Schießkomfort erhöhen, indem das Zuggewicht des Bogens, welches auf den Fingern des Schützen lastet, auf eine größere Fläche verteilt ist.



#### 2-1.2 WIRKUNGSWEISE DES BOGENS

Trotz der erheblichen Unterschiede zwischen den verschiedenen Bogentypen, ist das Grundprinzip ihrer Wirkungsweise im Wesentlichen gleich.

Grayson et. al. [14] beschreibt den Bogen als eine Feder, welche mittels einer Schnur in Vorspannung gehalten wird. Bei diesem bespannten Grundzustand, welcher in Abbildung 2-1 bzw. Abbildung 2-2 dargestellt ist, befindet sich die Sehne auf Standhöhe. Der Bogen ist dabei in einem Eigenspannungszustand, da die Komponenten unter einer Belastung stehen, ohne dass äußere Kräfte auf das System einwirken. Somit sind auch die Auflagerreaktionen  $F_A$  am Griffstück, welche in der Regel vom Arm des Bogenschützen aufgenommen werden, gleich null. Dieser Umstand gilt jedoch auch deshalb, da das Eigengewicht des Bogens bei solchen Betrachtungen als vernachlässigbar klein angesehen wird. Das System sowie die Belastung des Bogens sind in Abbildung 2-2 dargestellt.

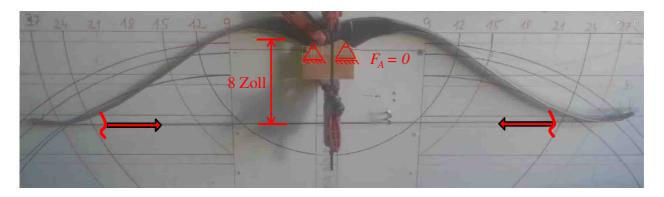


Abbildung 2-2: System und Belastung eines Bogens im bespannten Grundzustand

Neben der Betrachtung des Bogens als vorgespannte Feder beschreibt Harrison [17], dass das statische System des Bogens zweier Kragträger gleicht, welche an ihrer Einspannstelle miteinander gekoppelt sind. Die Wirkungsweise der Energiespeicherung durch elastische Deformation ist dabei dieselbe. Auch von Baumann und Schickhofer [9] wird der Wurfarm des Bogens als gekrümmter Kragträger beschrieben, welcher durch die Bogensehne belastet wird. Dabei gleicht die Beanspruchung, welche die Sehne auf den Wurfarm ausübt, einer Einzellast am Kragarmende. Für den bespannten Grundzustand ist der Winkel zwischen Sehnenkraft und Wurfarm sehr flach, wodurch sich die Normalspannungsverteilung im Querschnitt als Interaktion aus zentrischem Druck und einer Biegebeanspruchung ergibt.

Durch das Aufbringen einer äußeren Last  $F_Z$  auf die Sehne wird der Bogen gespannt und Energie durch Verformung der Wurfarme im Bogen gespeichert, wobei gleichzeitig mit dem Anwachsen der äußeren Last während des Auszugs eine gleich große gegen gerichtete Reaktionslast  $F_A$  im Auflagerbereich entsteht, wie in Abbildung 2-3 veranschaulicht. Mit zunehmendem Auszug ändert sich auch der Winkel der Sehnenkraft, welche beim Vollauszug nahezu rechtwinkelig zum Wurfarm steht, was weiters zu einer fast reinen Biegebeanspruchung ohne Normalkraftanteil im biegeweichen Bereich des Bogens führt.



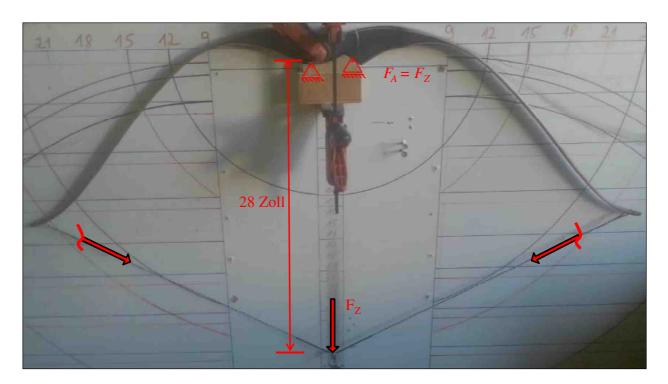


Abbildung 2-3: Last und Lagerreaktion eines Bogens bei Vollauszug

Die Kraft, die es braucht um den Bogen auf vollen Auszug zu bringen, wird als Zuggewicht bezeichnet und hängt von der Auszugslänge des Bogens ab. Jedoch wird im Regelfall dieses sogenannte Zuggewicht auf eine Standardauszugslänge von 28 Zoll, welche von der Bauchseite des Griffes aus gemessen wird, bezogen. Zusammen mit der Bogenlänge bilden das Zuggewicht und die zugehörige Auszugslänge die drei wichtigsten Klassifizierungsparameter eines Bogens.

Von dem Moment des Auszuges bis zum Abschuss hält der, in angespannter Haltung stehende, Bogenschütze das System im Gleichgewicht indem der eine Arm am Griff unter Druck steht und der Andere an der Sehne unter Zug. Beim Loslassen der Sehne bzw. dem schlagartigen Entfernen der aufgebrachten Kraft  $F_Z$  wird die in den Wurfarmen gespeicherte Energie in Bewegungsenergie umgewandelt und beschleunigt dabei den eingelegten Pfeil. Hierbei kann nie die vollständige gespeicherte Energie auf den Pfeil übertragen werden, da ein Teil zwangsläufig dafür benötigt wird die Sehne sowie die Wurfarme zu beschleunigen. Die gespeicherte Grundenergie, welche aus der Bespannung des Bogens resultiert, verbleibt dabei vollständig im System.

Kooi [10] stellt fest, dass der Wirkungsgrad des Bogens mit abnehmender Sehnen- und Wurfarmmasse steigt. Gleichzeitig sorgt ein schwererer Pfeil für einen höheren Wirkungsgrad, da das Masseverhältnis und die Masseverteilung der einzelnen Komponenten im Bogen maßgeblich bestimmt, wie die gespeicherte Energie auf diese abgegeben wird. So wirken sich beispielsweise schwere Wurfarmenden besonders negativ auf den Wirkungsgrad des Bogens aus, da diese nach Pfeil und Sehne die höchsten Tangentialgeschwindigkeiten beim Abschuss erfahren. Dahingegen stellt der sehr biegesteife Griffbereich einen nahezu ruhenden Fixpunkt dar um den die Wurfarme rotieren. Folglich kann dieser Bereich mit sehr viel Masse behaftet sein, ohne dass dabei der Wirkungsgrad nennenswert sinkt. Der Grund für die Ausführung eines relativ schweren, biegesteifen Griffes liegt in dem stabileren Halt und einer Reduktion des sogenannten Handschocks beim Abschuss begründet. Mit dem Handschock ist der Impuls gemeint, welchen der Bogenschütze beim Abschuss in dem Arm verspürt, mit welchem der Bogen gehalten wird. Er tritt auf, wenn die Vorwärtsbewegung der Wurfarme schlagartig durch das Straffziehen der Sehne



gestoppt wird. Im Anschluss kommt es zum Schwingen der Sehne um die Standhöhenlage. Der Handschock fällt dabei umso geringer aus je schwerer und steifer das Griffsück in Relation zu den Wurfarmen ist. Es gäbe noch viele weitere Kriterien, wie die Art der Wurfarmausrundung oder deren Torsionssteifigkeit, die auf den Spannvorgang und den Abschuss des Bogens Einfluss haben. Jedoch konnte im Umfang dieses Kapitels nur auf die wesentlichsten Kriterien eingegangen werden.

#### 2-2 DER PFEIL

Eine Betrachtung des Systems bzw. der Wirkungsweise eines Bogens macht das Ausführen der relevantesten Eigenschaften des Pfeils notwendig. Wie bereits zuvor beim Bogen wird auch in diesem Unterkapitel versucht die Definitionen möglichst allgemeingültig zu formulieren, wobei die Erklärungen anhand der, in den Versuchen eingesetzten Pfeile erfolgen.

#### 2-2.1 BESTANDTEILE UND ANFORDERUNGEN AN DEN PFEIL

Ein Pfeil besteht, wie in der Abbildung 2-4 dargestellt, grundsätzlich aus einem Pfeilschaft, einer Spitze am vorderen Ende, einer Nocke am hinteren Ende und der Befiederung. Die Nocke ist eine rund ausgefeilte Kerbe, welche zur Aufnahme der Bogensehne dient. Traditionell ist diese oft direkt in den hinteren Schaftteil eingelassen, wohingegen bei vielen modernen Pfeilausführungen die Nocke einen separaten Bauteil darstellt, welcher meist aufgesteckt oder eingeklebt wird.

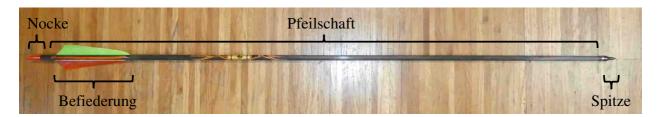


Abbildung 2-4: Komponenten eines Pfeils

Für den Pfeilschaft kommen verschiedenste Materialien zur Anwendung, wobei die gängigsten Holz, Schilf, Bambus, Aluminium, Kohle- und Glasfaserlaminat sind. Bis auf hölzerne Pfeilschäfte sind die anderen verwendeten Materialien entweder von Natur aus hohl oder werden mit einem kreisringförmigen Querschnitt produziert. Das sorgt für Gewichtseinsparung ohne nennenswerte Verluste in Bezug auf die Biegesteifigkeit. Diese Relation ist deshalb von besonderer Bedeutung, da die Masse und die Biegesteifigkeit eines Pfeilschaftes die zwei wichtigsten Klassifizierungsparameter darstellen. Die Masse bzw. die Masseverteilung des Pfeiles bestimmt maßgeblich seine Flugbahn bzw. wie schnell er beim Flug aufs Ziel an Höhe verliert. Denn ein Pfeil, dessen Schwerpunkt nach vorne verlagert ist, richtet sich besser nach seiner Flugbahn aus, verliert jedoch gleichzeitig schneller an Höhe.

Die Steifigkeit eines Pfeiles spiegelt sich in seinem Spinewert wieder. Der Spinewert ist ein Sortierparameter, welcher von der Biegesteifigkeit des Pfeilschaftes abhängt und somit dessen Zuordnung zu einem bestimmten Bogenzuggewicht möglich macht. Denn ein Bogen mit einem höheren Zuggewicht erfordert in der Regel einen steiferen Pfeil. Die Sortierung erfolgt an einem Spinewerttester, welcher im Grunde genommen einen Dreipunktbiegeversuch eines Pfeilschaftes darstellt. Je nach Schaftmaterial variieren die Parameter des Dreipunktbiegeversuchs etwas, wobei das Grundkonzept dasselbe bleibt und in Abbildung 2-5 exemplarisch für einen hölzernen Schaft veranschaulicht ist.



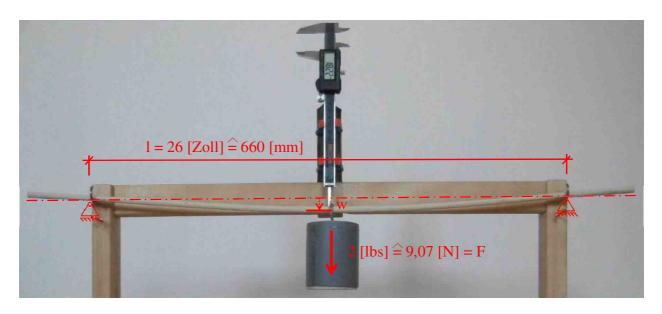


Abbildung 2-5: Dreipunktbiegeversuch zur Spinewertbestimmung des Pfeils

Laut Greenland [22] beträgt der Abstand der Lager 26 Zoll und die Belastung erfolgt durch ein mittig platziertes Gewicht von zwei Pfund. Durch Messung der Durchbiegung w in Feldmitte kann bei bekanntem Trägheitsmoment auf den E-Modul bzw auf den Spinewert geschlossen werden. Ausgehend von der Gleichung (2.1) zur Ermittlung der Verformung eines Einfeldträgers unter einer Einzellast, lässt sich durch Umformung, bei gegebener Durchbiegung, der E-Modul errechnen (siehe Gleichung (2.2)).

$$w = \frac{F \cdot l^3}{48 \cdot F \cdot I} \quad mit : I = \frac{d^4 \cdot \pi}{64}$$
 (2.1)

$$EI = \frac{E \cdot d^4 \cdot \pi}{64} = \frac{F \cdot l^3}{48 \cdot w}$$
 (2.2)

w... Durchbiegung des Pfeilschaftes in Feldmitte [mm]

F... in Feldmitte aufgebrachte Einzellast [N]

*l*... Abstand der Auflagerpunkte [mm]

E... E-Modul des Pfeilschaftes [N/mm<sup>2</sup>]

I... Trägheitsmoment eines Pfeilschaftes mit Vollquerschnitt [mm<sup>4</sup>]

d... Durchmesser des Pfeilschaftes [mm]

Im Gegensatz zu der eben gezeigten mechanisch korrekten Herangehensweise zur Errechnung der Steifigkeit eines Pfeilschaftes, liefert die Spinewert-Methode, welche in der Bogenfachwelt unbestritten als Sortierkriterium verwendet wird, einen Anhaltswert für die Steifigkeit des Schaftes. Viele moderne Tester weisen bereits eine integrierte Anzeige auf, welche den Spinewert des Pfeiles direkt wiedergibt. Zur Bestimmung des Spinewerts wird das Verhältnis aus Lagerabstand l zur Durchbiegung w gebildet. Dieser Faktor entspricht dem Zuggewicht eines standardisierten Bogens, für welchen der Pfeilschaft theoretisch verwendet werden kann (siehe Gleichung (2.3)). Angelehnt an einen Graph in Greenland [22] ist die in Gleichung (2.3) angeführte Formel für verschiedene Pfeildurchbiegungen ausgewertet und der hyperbolische Zusammenhang zwischen Pfeildurchbiegung und zugehörigem Bogenzugewicht in der Abbildung 2-6 veranschaulicht.



$$F_{\rm z} = \frac{l}{w} \tag{2.3}$$

w... Durchbiegung des Pfeilschaftes in Feldmitte [Zoll]

 $F_z$ ... Zuggewicht eines standardisierten Bogens [lbs]

*l*... Abstand der Auflagerpunkte [Zoll]

mit: [1 Zoll = 25,4 mm] und [1 lbs = 0,454 kg]

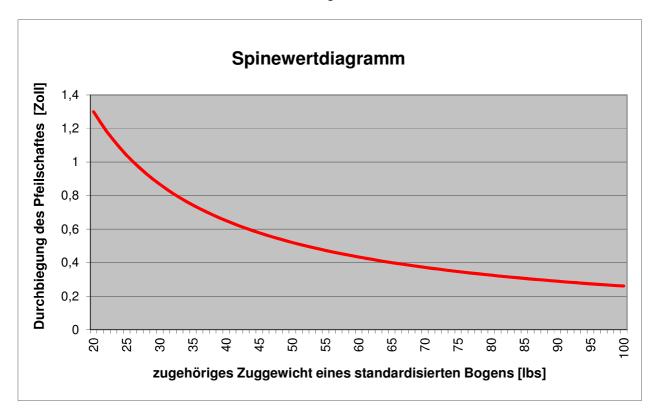


Abbildung 2-6: Spinewertdiagramm für einen Zuggewichtsbereich von 20 bis 100 Pfund

Doch neben der Biegesteifigkeit des Pfeilschaftes gibt es, wie Greenland [22] anführt, noch zahlreiche weitere Faktoren, die den Spinewert und somit eine Zuordnung des Pfeiles zu einem Bogen maßgeblich beeinflussen. Einer davon ist die Ausführung der Pfeilspitze bzw. die Masse, welche in diesem Bereich konzentriert ist. Eine schwere Pfeilspitze weist eine höhere Trägheit auf als eine leichte. Wenn es zum Abschuss des Pfeiles kommt, wird er an seinem hinteren Ende durch die Bogensehne belastet, während ein erheblicher Teil seiner Masse an seinem vordersten Teil akkumuliert ist. Das führt dazu, dass auf Grund der Massenträgheit ein Pfeil mit einer schwereren Spitze beim Abschuss stärker gestaucht und gebogen wird als jener mit einer leichteren Spitze. Folglich erfordert eine schwerere Pfeilspitze einen Pfeilschaft mit einem höheren Spinewert.

Einen weiteren wesentlichen Aspekt stellt die Länge des Pfeilschaftes und die damit verbundene Auszugslänge durch den Schützen dar. Werden zwei Pfeilschäfte mit gleicher Biegesteifigkeit, jedoch unterschiedlicher Länge, verglichen, so lässt sich feststellen, dass die Bauteilsteifigkeit des längeren Pfeiles geringer ist als die des kürzeren. Zusätzlich kann ein längerer Pfeil im Regelfall auch weiter ausgezogen werden und führt damit zu einer höheren Auszugskraft, was wiederum einen höheren Spinewert erforderlich macht.



Neben den bereits genannten Einflüssen gibt es noch etliche weitere Aspekte, wie beispielsweise die verwendete Bogenform sowie die eingesetzten Materialien und die damit verbundene Abschussgeschwindigkeit. Somit gibt es viele Faktoren, welche das Verhalten eines Pfeiles in Kombination mit dem verwendeten Bogen bestimmen und eine Anpassung der im Spinewert-Diagramm ermittelten Pfeilsteifigkeit für den individuellen Bogen erforderlich machen. Diese Feinanpassung erfolgt in nahezu jedem Fall durch den Abschusstest ähnlich steifer Pfeilgruppen.

Warum ist jedoch die exakte Sortierung der Pfeile nach ihrer Steifigkeit und in weiterer Folge die Zuordnung zum Bogen so entscheidend? Diese Fragestellung lässt sich anhand einer Beobachtung, welche erstmals 1932 von einem Herrn Klopsteg gemacht wurde, beantworten (siehe Kooi [10]). Klopsteg stellte anhand eines Fotos, welches er während des Abschussvorganges eines Bogens machte, fest, dass der Pfeil sich dabei schlangenförmig windete. Dieser Effekt, welcher seither in der Bogenfachwelt als "archer's paradox" bezeichnet wird, ist mit Hilfe der nachfolgenden Abbildung 2-7 erklärbar.

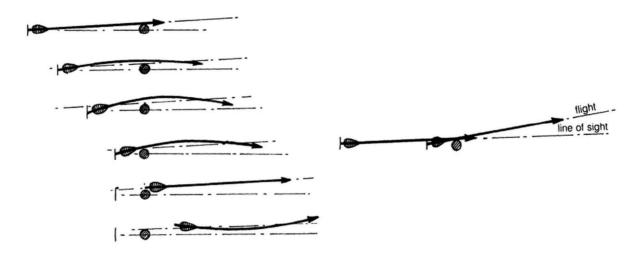


Abbildung 2-7: Verhalten eines biegeweichen Pfeils (links) und eines starren Pfeils (rechts) während seiner Beschleunigungsphase im Bogen [21]

Bei dieser Betrachtung wird, wie Cotterell und Kamminga [21] anführen, zwischen einem biegeweichen und einem starren Pfeil unterschieden. Im Zustand des Vollauszuges weisen beide Pfeile dieselbe Position und Ausrichtung auf, wobei die Achse des Pfeiles und die Achse des Bogens nicht zusammenfallen, da der Pfeil an der Außenseite des Griffes anliegt. Während des Abschusses wandert die Sehne in der Achse des Bogens und krümmt dabei den biegeweichen zur Bogenachse geneigt laufenden Pfeil um das Griffstück. Bedingt durch diese sehr rasch aufgebrachte, dynamische Beanspruchung, schwingt der Pfeil beim Verlassen des Bogens noch einige Meter nach. Die Richtung des Pfeilfluges bzw. der Winkel zur Bogenachse hat sich während des gesamten Abschussvorganges kaum verändert. Im Gegensatz dazu verformt sich der starre Pfeil während dieses Prozesses nicht. Das hat zur Folge, dass sich der Winkel zwischen Pfeil und Bogenachse vom Zustand des Vollauszuges bis zum freien Flug laufend erhöht. Ein biegesteiferer Pfeil wird demnach an einer vollkommen anderen Stelle aufschlagen als ein biegeweicherer. Es liegt also im Interesse des Bogenschützen, der sein Ziel anvisieren und treffen möchte, möglichst Pfeile gleicher Steifigkeit in Abstimmung auf den Bogen zu verwenden. Denn ein zu steifer Pfeil weicht zusehends von der Ziellinie ab, während ein zu weicher Pfeilschaft sehr lange nachschwingt und im schlimmsten Fall sogar während des Abschusses brechen könnte.



Diese Feststellung führt auch zum letzten nennenswerten Bestandteil des Pfeiles, nämlich der Feder. Wäre der Pfeil absolut frei von Imperfektionen und der Abschussvorgang vollkommen sauber ohne etwaige Störeinflüsse ausgeführt, dann würde die Befiederung theoretisch nicht notwendig sein. Doch praktisch ist dieser Idealzustand nicht herbeiführbar. Aus diesem Grund kommt nahezu kein Pfeil ohne die stabilisierende Wirkung der Feder aus. Durch die Befiederung wird die schlängelnde Fortbewegung des Pfeils wesentlich rascher gedämpft und Fehler des Bogenschützen beim Ablass wirken sich weit weniger gravierend auf die Flugbahn des Pfeiles aus. Grundsätzlich lässt sich feststellen, dass eine größere Befiederung den Pfeil zwar besser stabilisiert, jedoch die Pfeilgeschwindigkeit durch den höheren Luftwiderstand drosselt. Die meisten Sportbögen werden heutzutage mit Pfeilen geschossen, welche eine sehr geringe Federfläche aufweisen, was zum einen daran liegt, dass die Präzision in der Verarbeitung durch den verstärkten Einsatz synthetischer Produkte gesteigert werden konnte, zum anderen an der Tatsache, dass die meisten modernen Bögen mit einem Schussfenster ausgestattet sind. Diese im Bogengriff eingelassene Querschnittsreduktion führt dazu, dass der eingelegte Pfeil sehr nahe an der Bogenachse liegt, wodurch der Effekt des "archer's paradox" deutlich reduziert werden kann. Dadurch ist die dämpfende Wirkung der Feder in wesentlich geringerem Umfang erforderlich. In der nachfolgenden Abbildung 2-8 ist das im Griffbereich eingelassene Schussfenster mit angedeuteter Pfeilsilhouette zu sehen.

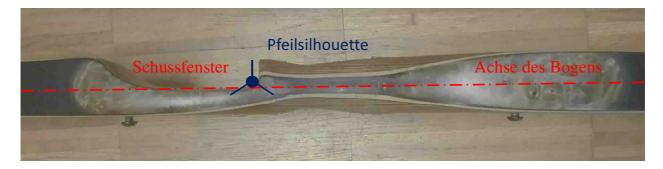


Abbildung 2-8: Griffbereich des Bogens mit eingelassenem Schussfenster

Wie aus den Kapiteln 2-1 und 2-2 hervorgeht, ist die Interaktion zwischen Pfeil und Bogen eine sehr komplexe Systemwirkung, welche für eine optimale Funktionsfähigkeit sehr fein aufeinander abgestimmt werden muss.

#### 2-3 BOGENTYPEN

In den vielen tausend Jahren bogentechnischer Entwicklungsgeschichte, welche bis heute durchlaufen wurden, entstand quer über den Globus eine riesige Menge unterschiedlicher Bogentypen. Diese Vielfalt an Bogendesigns ist beispielsweise von Grayson et. al. [14], welcher auf Entwicklungen aus aller Welt eingeht, sehr gut zusammengefasst und erörtert. Je nach Verfasser werden andere Kriterien verwendet, um die einzelnen Ausprägungsformen von Bögen untereinander abzugrenzen. Da in dieser Arbeit der Fokus auf mechanische Fragestellungen gerichtet ist, scheint hier eine Untergliederung hinsichtlich des statischen und dynamischen Verhaltens am zweckmäßigsten. Diese Gliederung knüpft an die Arbeiten von Kooi [10] an, welcher mit Hilfe mechanischer Modelle die Wirkungsweise des Bogens mathematisch zu beschreiben versucht.

Nach Meinung des Verfassers kann aus mechanischer Sicht zwischen drei wesentlichen Bogentypen unterschieden werden, wobei es für die einzelnen Kategorien noch weitere Unterteilungsmöglichkeiten



gibt. Anhand dieser Typen soll aufgezeigt werden, welche Wirkungsweisen und Überlegungen sich von bestimmten Designkonzepten ableiten lassen und welche Eigenschaften diese so erfolgreich machten.

#### 2-3.1 DER GERADE BOGEN OHNE RECURVES

Dieses Design stellt den Bogen in seiner ursprünglichsten Form dar. Es ist eine sehr robuste Ausprägungsform, welche oft bei reinen Holzbögen angewendet wird, da selbst bei Vollauszug die Krümmungsradien unter Voraussetzung einer entsprechenden Bogenlänge eher moderat ausfallen. Dies führt dazu, dass auch die Belastung der Wurfarme nur mäßig hoch im Vergleich zu anderen Formen ist. In Abbildung 2-9 ist dieser Bogentyp in den drei wesentlichsten quasi-statischen Zuständen gezeigt. Bei Betrachtung der Zustände fällt auf, dass sich der gerade Bogen durch eine idealerweise gerade Form im unbelasteten Zustand (a) auszeichnet sowie der Tatsache, dass die in (b) und (c) vorhandene Sehne die Wurfarme ausschließlich an den Enden berührt. Wäre der Bogen im unbelasteten Zustand (a) bereits etwas in Richtung des Schützen vorverformt, so würde dies zu einer geringeren Sehnenvorspannung und in weiterer Folge zu einem geringeren Energiespeicherpotenzial im Bogen führen.

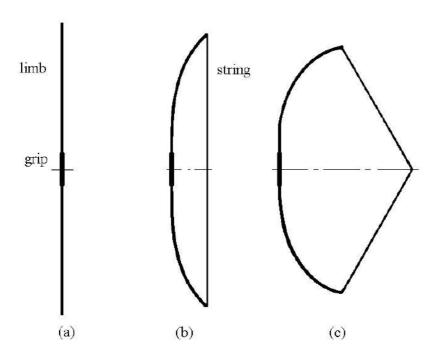


Abbildung 2-9: gerader Bogen ohne Recurves in den Zuständen: unbespannt (a), Standhöhe (b) und Vollauszug (c) [10]

Diese Grundausprägung des geraden Bogens lässt sich weiters in zwei wesentliche Formen, nämlich den Flachbogen und den Langbogen, untergliedern. Deren wesentlichstes Unterscheidungsmerkmal liegt in der Querschnittsform der Wurfarme begründet, wobei durch die Vielzahl an Ausprägungsformen es oft zu fließenden Übergängen zwischen den beiden Typen kommt.

### 2-3.1.1 Der Flachbogen

Der Flachbogen weist breite, flache Wurfarme in Linsen oder Rechteckform auf. Gleichzeitig ist das Griffstück im Verhältnis zu den Wurfarmen sehr biegesteif ausgeführt, wodurch sich der Bogen in diesem Bereich nicht nennenswert verformt. Nach Meinung des Verfassers ist die Wurfarmquerschnittsform des



Flachbogens aus spannungstechnischer Sicht sehr günstig für reine Holzbögen. Das hängt damit zusammen, dass die meisten Hölzer in wuchsmerkmalfreier Größe etwa doppelt so zugfest wie druckfest sind. Ein hölzerner Bogen wird unter genauer Berücksichtigung des Jahrringverlaufes herausgearbeitet und es werden möglichst Stämme verwendet, die frei von Ästen sind, was dazu führt, dass für die Bemessung von Bögen die Festigkeitskennwerte wuchsmerkmalfreier Kleinholzproben verwendet werden können. Da die Breite der Druckzone im Verhältnis zur Zugzone im Wurfarmquerschnitt des Flachbogens etwas größer oder zumindest gleich groß ausfällt, ergibt sich hierbei eine wesentlich gleichmäßigere Auslastung auf Zug und Druck als beim D-förmigen Querschnitt eines traditionellen Langbogens (siehe Abbildung 2-23). Dieser weist auf Grund der schmalen Druckrandzone rein rechnerisch eine wesentlich höhere Auslastung auf Druck als auf Zug auf. Wie bereits erwähnt, sind die Übergänge zwischen Flachbogen und Langbogen oft fließend, wobei besonders bei modernen Formen dieser Bögen kaum noch nennenswerte Unterschiede feststellbar sind, wie aus der Abbildung 2-10 hervorgeht. Der gezeigte Wurfarm des Flachbogens ist etwas breiter, jedoch kürzer als jener des Langbogens.

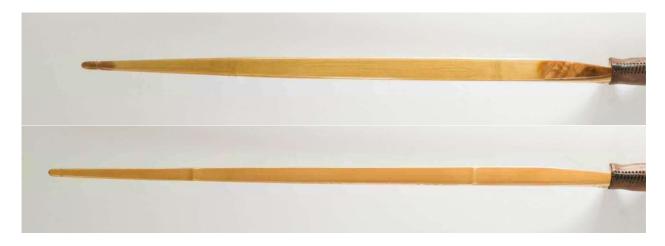


Abbildung 2-10: Gegenüberstellung der Wurfarme eines modernen Flachbogens (oben) und eines modernen Langbogens (unten) in der Draufsicht

### 2-3.1.2 Der Langbogen

Mit dem Langbogen ist, wie der Name bereits vermuten lässt, eine relative lange Ausprägungsform gemeint, welche einen stabförmigen Charakter aufweist. Im Gegensatz zur Flachbogenform ist der Querschnitt eines Langbogens wesentlich gedrungener, was sich in einem kleineren *b:h*-Verhältnis wiederspiegelt, wie in Abbildung 2-11 angeführt.

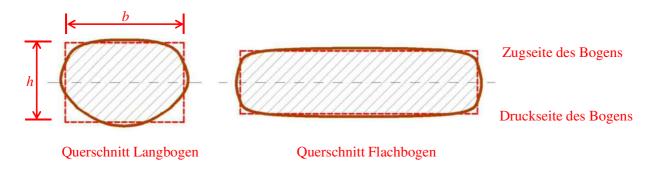


Abbildung 2-11: Gegenüberstellung eines typischen, traditionellen Lang- und eines Flachbogenquerschnittes



Es ist jeweils ein Wurfarmquerschnitt eines typischen, traditionellen Langbogens und eines Flachbogens zu sehen, die für Vergleichszwecke einem Rechteck angenähert werden. Die Biegung erfolgt um die eingezeichnete, schwache Achse (gestrichelte Linie). Für die Vergleichbarkeit sind die Querschnitte so gewählt, dass sie für die Biegung um diese schwache Achse, bei Voraussetzung eines gleichen E-Moduls, die gleiche Biegesteifigkeit aufweisen. In Folge dessen führt eine gleich große Last auch zu gleich großen Verformungen und gleichen Krümmungen der Querschnitte. Durch die größere Querschnittshöhe des Langbogens sind jedoch die Randdehnungen und dadurch auch die Spannungen in diesem Bogen höher.

Wenn also der Langbogen aus spannungstechnischer Sicht wesentlich stärker und ungleichmäßiger beansprucht wird, warum ist die Ausprägungsform dann so erfolgreich? Die Antwort auf diese Frage kommt nicht von einem statischen sondern einem dynamischen Kriterium, nämlich der Masse der Wurfarme, deren Auswirkung auf die Pfeilgeschwindigkeit bereits in 2-1.2 diskutiert worden ist. Werden die in Abbildung 2-11 gezeigten Querschnitte miteinander verglichen, so fällt auf, dass die Fläche des Langbogenquerschnitts wesentlich kleiner ist, was sich auch direkt in seiner Masse bemerkbar macht. Dieser Umstand ergibt sich aus der Tatsache, dass die Masse des Querschnitts linear mit dessen Höhe wächst, die Biegesteifigkeit jedoch mit der dritten Potenz der Höhe. Daraus folgt, dass der primär auf Biegung beanspruchte Bogen für eine optimale Auslastung vom Querschnitt her so hoch gebaut werden soll, wie es die Druck- und Zugfestigkeit des eingesetzten Materials zulassen.

Soll das Zuggewicht des Bogens jedoch noch größer sein, so muss der Querschnitt zwangsläufig verbreitert werden. Die zweite Option wäre den Bogen zu verlängern, was dazu führt, dass bei gleicher Auszugslänge bzw. Wurfarmverformung die Krümmung und weiters auch die Spannungen geringer sind. Dieser Umstand erklärt, warum die schmale Langbogenform eine relativ große sich krümmende Bogenlänge erfordert. In Abbildung 2-12 ist eine sehr bekannte Sonderform des Langbogens zu sehen, bei welcher sich sämtliche Bereiche des Bogens, einschließlich des ansonsten sehr biegesteif ausgeführten Griffbereichs, krümmen.

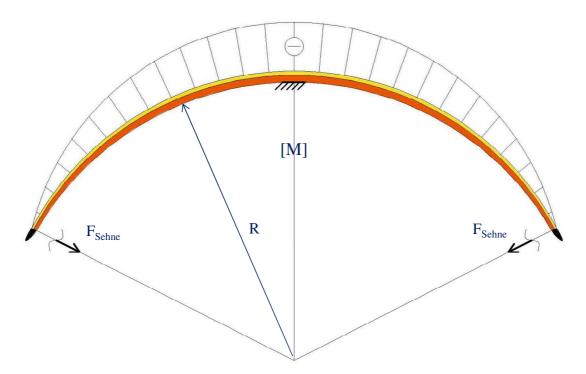


Abbildung 2-12: exemplarischer Momentenverlauf eines englischen Langbogens bei Vollauszug



Die Motivation hinter dieser Ausführungsvariante ist, dass beim Auszug die gesamte Länge gekrümmt wird und somit Energie speichert. Dieser Umstand wird dadurch erreicht, dass der Querschnittsverlauf exakt der Biegemomentenbeanspruchung folgt.

Wie beispielsweise Peers [23] anführt, wird von manchen Seiten der Bogenfachwelt behauptet, dass ein englischer Langbogen bei Vollauszug einen Kreisbogen formt. Er weist für diesen Zustand also einen über die Bogenlänge konstanten Radius bzw. konstante Krümmung auf. Damit dies der Fall ist, muss der Verlauf des Trägheitsmomentes über die Bogenlänge dem, in Abbildung 2-12 schematisch veranschaulichten, Momentenverlauf entsprechen. Der mechanische Zusammenhang ist in der nachfolgenden Gleichung (2.4) erklärt.

$$\kappa = \frac{1}{R} = \frac{M}{EI} = konst. \tag{2.4}$$

Um jedoch eine, über die gesamte Bogenlänge, gleichmäßige, optimale Auslastung zu erhalten müsste das Widerstandsmoment dem Querschnittsverlauf folgen. Das würde zu gleichen Randspannungen über die gesamte Bogenlänge führen und sich wie folgt in Gleichung (2.5) darstellen.

$$\sigma = \frac{M}{W} = konst. \leq \min \begin{cases} f_{c,0} \\ f_{t,0} \end{cases}$$
 (2.5)

 $\kappa$ ... Krümmung des Bogens [1/mm]

R... Krümmungsradius des Bogens [mm]

M... auf den Bogen einwirkende Momentenbeanspruchung [Nmm]

*E*... E-Modul des Bogenmaterials [N/mm<sup>2</sup>]

*I...* Trägheitsmoment des Bogenquerschnitts [mm<sup>4</sup>]

W... Widerstandsmoment des Bogenquerschnitts [mm<sup>3</sup>]

 $\sigma$ ... Randspannung im Bogenquerschnitt [N/mm<sup>2</sup>]

 $f_{c,0}$ ... Druckfestigkeit des Bogenmaterials [N/mm<sup>2</sup>]

 $f_{t,0}$ ... Zugfestigkeit des Bogenmaterials [N/mm<sup>2</sup>]

Doch selbst dieses ausgeklügelte Design des englischen Langbogens stellt aus leistungstechnischer Sicht noch nicht das Optimum dar. Das hängt vor allem damit zusammen, dass seine unbelastete Figur (a) idealerweise eine Gerade darstellt. Vollkommen anders verhält es sich mit dem nächsten Bogentyp, welcher im nachfolgenden Kapitel vorgestellt wird.



#### 2-3.2 DER BOGEN MIT STATISCHEN RECURVES

Das Charakteristikum dieses Bogendesigns ist eine Vorverformung des unbespannten Zustandes (a) entgegen der Auszugsrichtung, wie in Abbildung 2-13 angedeutet. Dabei zeigen die Wurfarmenden, welche reflex geformt sind, in Richtung des Ziels. Wie Kooi [10] bemerkt, liegt die Sehne im Zustand (b) über einen Großteil des Recurves auf und hebt sich erst bei zunehmendem Auszug von diesem ab, weshalb die eingezeichnete Sehnenbrücke notwendig ist. Die Recurves werden deshalb, bei diesem Bogentyp, als statisch bezeichnet, da sie im Vergleich zum restlichen Wurfarm sehr biegesteif ausgeführt sind und sich auch bei Vollauszug kaum krümmen. Die gezeigte Form spiegelt sehr gut das Wirkungsprinzip der meisten historischen Kompositbögen wieder, was vermutlich auch der Grund für die starke Assoziierung mit diesen Vorbildern ist.

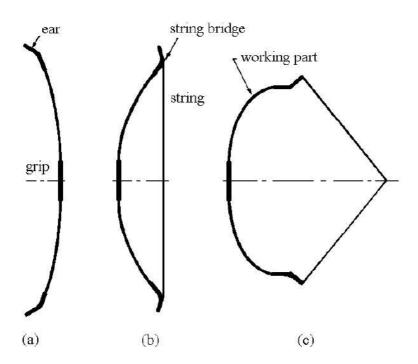


Abbildung 2-13: Bogen mit statischen Recurves in den Zuständen: unbespannt (a), Standhöhe (b) und Vollauszug (c) [10]

Doch was waren die Beweggründe, die dafür sorgten, dass mit dem Erscheinen der Kompositbogentechnik die Bogengeometrie, ausgehend vom geraden Bogendesign, derartig verändert worden ist? Wie in 2-4 ausführlicher beschrieben ist, stellen die Materialien Horn und Tiersehnen, welche an der Druck- und Zugseite des Holzkernes aufgebracht werden, überaus leistungsfähige Materialien dar. Sie ermöglichen durch ihr hohes elastisches Verformungsvermögen wesentlich engere Krümmungsradien als bei reinen Holzbögen, was dazu führt, dass die Kompositbögen bei gleicher Auszugslänge kürzer gebaut werden können.

Durch die laminare Bauweise ist auch die Geometrie des unbespannten Bogens leichter an die jeweiligen Anforderungen anpassbar. So führt beispielsweise eine, wie in Abbildung 2-13 gezeigte, Vorverformung entgegen der Auszugsrichtung zu einer höheren Vorspannkraft in der auf Standhöhe eingehängten Sehne. Dieser Umstand ergibt sich aus der größeren notwendigen Wurfarmverformung um vom Zustand (a) auf den Zustand (b) zu kommen. Bedingt durch die höhere Vorspannkraft in der Sehne, ist auch die



notwendige Kraft um die Sehne bis zum Vollauszug zu ziehen höher und damit auch das Energiespeicherpotenzial des Recurvebogens.

All diese Gründe erklären jedoch noch nicht, warum die Recurveenden um einiges steifer als die restlichen Wurfarmbereiche sind und eine steilere Vorverformung in Gegenrichtung aufweisen. Eine plausible Antwort darauf liefern Loades und Dennis [6] indem sie einen geraden Bogen ohne Recurves (1) und einen Bogen mit statischen Recurves (2) in deren Auszugszuständen vergleichen (siehe Abbildung 2-14).

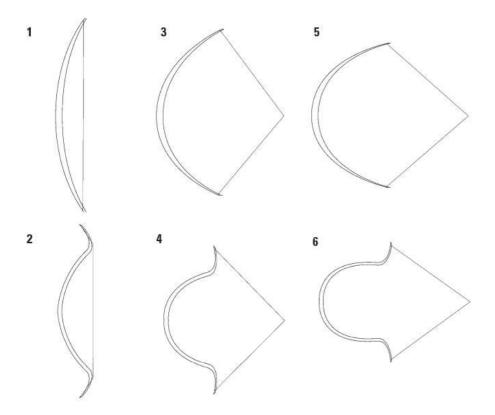


Abbildung 2-14: Gegenüberstellung des Auszugverhaltens eines Bogens ohne Recurves (oben) und eines Bogens mit Recurves (unten) [6]

Wie bereits erwähnt, weisen Recurvebögen bedingt durch die Vorteile der Kompositbauweise oft kürzere Bogenlängen auf. Der, in Abbildung 2-14 gezeigte, obere Bogentyp weist für einen moderaten Auszugsweg (3) einen relativ günstigen rechten Winkel zwischen Sehnenkraft und Wurfarmende auf, wodurch die aufgewendete Kraft sehr effizient, durch Biegung des Bogens, gespeichert werden kann. Wenn jedoch der Bogen wie in (5) noch weiter gespannt wird, so flacht der Winkel zwischen Sehne und Wurfarmende zusehens ab, was dazu führt, dass Energie nicht nur durch Biegung des Bogens sondern zunehmend auch durch Dehnung der Wurfarme gespeichert wird (siehe Abbildung 5-43). Die Art, Energie durch Dehnung der Wurfarme zu speichern, ist äußerst ineffizient, da dafür unverhältnismäßig viel Kraft aufgewendet werden muss. Aus diesem Grund werden Bögen ohne Recurves so lange gebaut, dass die gezeigte Form in (3) bereits dem vollen Auszug entspricht.

Im Gegensatz dazu stellen die in (4) gezeigten Recurves Hebel dar, welche den Kraftangriff der Sehne auf die Wurfarme begünstigen sollen. Es zeigt sich, dass der relativ kurz gebaute Recurvebogen auch bei sehr



großen Auszugswegen wie in (6), die zugeführte Energie sehr effizient durch Biegung der Wurfarme speichern kann, was für die Effektivität der Recurveenden spricht.

In der nachfolgenden Abbildung 2-15 ist ein Wurfarmausschnitt eines osmanischen Reiterbogens gezeigt, an welchem sehr gut die Unterschiede in der Biegesteifigkeit der einzelnen Bereiche auffallen. Ebenso ist die anfangs beschriebene Sehnenbrücke zu sehen, welche die vom Nockpunkt kommende Bogensehne in Position hält.





Abbildung 2-15: Veranschaulichung der Biegesteifigkeit des Recurves im Vergleich zum restlichen Wurfarm

Neben all den Vorteilen, die dieses Bogenkonzept mit sich bringt, ergibt sich jedoch als Nachteil, dass sich der Bogen in der Regel nicht so gleichmäßig und angenehm ausziehen bzw. spannen lässt wie beispielsweise ein Langbogen; und zudem der Handschock beim Abschuss stärker ausfällt. Diese Umstände führten zur Entwicklung eines alternativen Recurvebogendesigns, welches den dritten Bogentyp darstellt.

#### 2-3.3 DER BOGEN MIT ARBEITENDEN RECURVES

Diese Bauweise stellt den heute gebräuchlichsten Recurvebogentyp dar. Dies liegt zum einen daran, dass er angenehm zu schießen ist und zum anderen relativ effizient arbeitet. Wie der Name bereits vorrausschickt, arbeiten bei diesem Bogen auch die Recurveenden mit. Damit ist gemeint, dass sie von ihrer Biegesteifigkeit optimal auf die restlichen Wurfarmbereiche abgestimmt sind und sich synchron mit ihnen krümmen. Die Biegung erfolgt also, abgesehen vom starren Griff, über die gesamte verfügbare Länge wie aus Abbildung 2-16 hervorgeht. Der unbespannte Zustand (a) zeigt die in Kapitel 1 bereits beschriebene Reflex-Deflex-Form des in dieser Arbeit betrachteten Sportbogens, was verdeutlicht, dass dieser Bogen dem hier angeführten mechanischen Wirkungsprinzip zuzuordnen ist.

Der deflexe Bereich stellt im Gegensatz zum Reflex eine Verformungsvorwegnahme dar, was für eine gewisse Reduktion der günstigen erhöhten Sehnenvorspannung, welche aus der Reflexkrümmung resultiert, führt. Wenn also der Deflex zu einer Reduktion der Energiespeicherkapazität im Bogen führt, warum wird diese Form dann angewendet? Die Antwort darauf liegt nach Meinung des Verfassers darin begründet, dass bei diesem Bogentyp versucht wird, die Vorteile der geraden Bogenform mit jener des statischen Recurvebogens zu kombinieren.

Durch den arbeitenden Recurve kann der Bogen zwar kürzer als die gerade Variante ausfallen, aber auch nicht so kurz wie beim statischen Recurve, da der relativ biegesteife Hebel praktisch nicht mehr existent



ist. Auf der anderen Seite gleicht die verformte Figur des Bogens im Zustand (c), bedingt durch den Deflex, mehr dem des geraden Bogens, was sich in einem gleichmäßigeren Ausziehverhalten bemerkbar macht. Weiters weist Kooi [10] darauf hin, dass, anders als beim Bogen mit statischen Recurves, wo die Sehne abrupt mit zunehmenden Auszug den Kontakt zur Sehnenbrücke verliert, bei diesem Bogentyp das Abheben vom Wurfarmende kontinuierlich über dessen Länge erfolgt. Dieser Umstand wirkt sich zusätzlich positiv auf das Verhalten des Bogens beim Auszug aus.

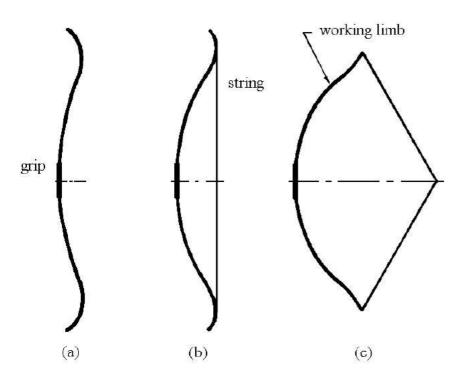


Abbildung 2-16: Bogen mit arbeitenden Recurves in den Zuständen: unbespannt (a), Standhöhe (b) und Vollauszug (c) [10]

Nachfolgend ist in Abbildung 2-17 der Recurvebogen "Black Furious" gezeigt, welcher im Fokus dieser Untersuchungen steht und, wie bereits erwähnt, dieser mechanischen Kategorie zuzuordnen ist. Im Gegensatz zum Bogen mit statischen Recurves sind die Wurfarmenden bei diesem Typ sehr dünn und dadurch ähnlich biegesteif wie die restlichen Wurfarmbereiche ausgeführt.



Abbildung 2-17: Recurvebogen "Black Furious" mit arbeitenden Recurves



#### 2-3.4 ERGÄNZUNGEN ZUR KATEGORISIERUNG DER BOGENTYPEN

Weiters kann hinsichtlich der Teilbarkeit der Bögen unterschieden werden. Von den meisten bereits vorgestellten Kategorien gibt es nicht nur einteilige Varianten, sondern aus Transportgründen auch zweioder dreiteilige Ausführungen. Dabei stellt die dreiteilige Variante mit einem starren Griffstück und den beiden meist aufgeschraubten Wurfarmelementen den Standardfall dar. Im Vergleich zur dreiteiligen Variante ist bei der zweiteiligen die Stelle des Stoßes wesentlich unscheinbarer. Im Beispiel von Abbildung 2-18, ist im Griffbereich eines Abschnittes eine Steckhülse eingearbeitet, wodurch die beiden Bestandteile ineinandergeschoben werden können. Erst durch das Einhängen der Bogensehne, wird die Fuge an der Stoßstelle überdrückt und die Verbindung ist fest.



Abbildung 2-18: zweiteilige Bogenvariante mit Steckhülse im Griffbereich

Neben diesen drei vorgestellten mechanischen Kategorien gäbe es noch weitere nennenswerte Bogentypen, auf die im Umfang dieser Arbeit nur kurz verwiesen wird. Den wesentlichsten unter den noch nicht erwähnten Typen stellt wohl der Compoundbogen dar. Dieser erstmals in den 30er Jahren des 20. Jahrhunderts entwickelte Bogentyp ist mit Seilzügen und exzentrischen Umlenkrollen ausgestattet, die dafür sorgen, dass die für das Spannen des Bogens notwendige Kraft nahe dem Zustand des Vollauszuges wieder abnimmt (siehe Kooi [10]). Dadurch muss der Schütze beim Zielen eine geringere Kraft aufbringen, was den Abschuss erleichtert. Die Mechanik des Compoundbogens unterscheidet sich jedoch grundsätzlich von der des in dieser Arbeit betrachteten Sportbogens, weshalb nicht weiter auf dessen Wirkungsweise eingegangen wird.

#### 2-4 HISTORISCHER ABRISS

In diesem Abschnitt werden die entwicklungstechnischen Meilensteine zusammengefasst, die den Bogen über die Jahrtausende zu dem hochentwickelten, leistungsfähigen Jagd- und Sportgerät machten. Es soll hier weniger um die sozial- und militärhistorische Bedeutung von Pfeil und Bogen gehen, als vielmehr um die herstellungstechnischen Fortschritte und die damit ermöglichten Bogenformen.



#### 2-4.1 DAS ZEITALTER DES HOLZBOGENS

Heute lässt sich nicht mehr sagen wo und wann das erste Mal ein Bogen Verwendung fand. Der Hauptgrund dafür ist, dass Bögen traditionell aus einem oder mehreren organischen Materialien gebaut wurden, die in den wenigsten Fällen die Zeiten überdauerten. Die Pfeilspitze stellte, wenn sie mineralischen Ursprungs war, den einzigen Bestandteil des Systems Pfeil und Bogen dar, der nicht organisch und somit wesentlich dauerhafter ist. Angelehnt an diese Erkenntnis liegt der zweite Grund laut Hardy [7] in der großen Verwendungsvielfalt steinzeitlicher Obsidian- oder Feuersteinspitzen. Diese könnten sowohl zu Pfeilen als auch zu wesentlich älteren Wurfspeeren oder Speerschleuder-Darts gehören.

Mit der Speerschleuder ist ein mit einem Widerhaken versehener Schleuderstock gemeint, welcher als künstliche Verlängerung des Armes dient. Mit ihr werden sehr leichte, flexible Speere geschleudert, die von ihrer Form bereits sehr stark an Pfeile erinnern, wie in der Abbildung 2-19 veranschaulicht. Die Funktionsweise dieser ältesten mehrteiligen Distanzwaffe ist in Abbildung 2-20 dargestellt.



Abbildung 2-19: Gegenüberstellung von einem traditionellen Pfeil und einem Speerschleuder-Dart



Abbildung 2-20: Haltetechnik des Darts mit der Speerschleuder (Atlatl)

Auf Grund dieser Ähnlichkeiten der verschiedenen steinzeitlichen Projektile sind die ältesten Fundstücke, welche auf eine mögliche Existenz von Bögen zu einer bestimmten Epoche hindeuten, nicht eindeutig zuordenbar. Was noch hinzukommt ist, wie am Beginn angedeutet, dass heute nicht geklärt ist, ob die ersten Pfeilspitzen aus Stein, Knochen, Horn oder lediglich aus dem, im Feuer gehärteten, vorderen Schaftteil bestanden.

All diese Gründe führen dazu, dass die Angaben, welche unterschiedliche Historiker und Autoren zu der Entstehung der ersten Bögen machen, relativ stark variieren. Während Hardy [7] auf Basis von Steinspitzenfunden in Nordafrika davon ausgeht, dass Bögen schon rund 50.000 v. Chr. existiert haben müssten, deuten andere Quellen wie Stampf [8] auf erstmalige Entwicklungen auf rund 20.000 v. Chr.



hin. Die ersten uns bekannten organischen Überreste, die auf den Gebrauch von Pfeil und Bogen hindeuten, stammen laut Grayson et. al. [14] aus dem Stellmoor in Norddeutschland. Es handelt sich hierbei um hölzerne Pfeilschäfte, die aus dem neunten Jahrtausend v. Chr. stammen und bereits die für Pfeile typischen Nocken aufweisen, welche die Sehne des Bogens aufnimmt. Darüber hinaus beschreibt Grayson et. al. [14], dass neben den Pfeilschäften noch weitere Holzfragmente gefunden wurden, die möglicherweise zu Bögen gehört haben könnten.

Die ältesten eindeutig als Bögen identifizierten Fundstücke stammen laut Stampf [8] aus der Zeit von 8000-6500 v. Chr. und wurden bei Holmegârd und Ulkestrup Lyng in Dänemark gefunden. Diese aus dem Mesolithikum stammenden 150 cm bis 180 cm langen Bögen wurden aus Ulmenholz gefertigt und gehören vom Bogentyp zu den Flachbögen. Sie weisen einen flachen Bogenbauch sowie einen leicht gewölbten Bogenrücken auf, welcher meist dem Verlauf des obersten Jahresringes folgt. Zwei vom Verfasser auf traditionelle Art und Weise hergestellte Flachbogenrepliken sind in Abbildung 2-21 und Abbildung 2-22 angeführt.



Abbildung 2-21: Ansicht zweier Flachbogenrepliken im Holmegardstil (oben) und in Pyramidialform (unten)



Abbildung 2-22: Draufsicht zweier Flachbogenrepliken im Holmegardstil (oben) und in Pyramidialform (unten)

Aus Sicht des Verfassers stellt dieses Bogendesign, welches vorrangig aus kleineren Stämmen hergestellt wurde, eine sehr einfache Möglichkeit dar einen robusten und gleichzeitig für Jagdzwecke effektiven Bogen herzustellen. Der Grund für diese Ansicht ist, dass den mesolithischen Handwerkern dieser Zeit nur Werkzeuge aus Stein, Horn oder Knochen für die Bearbeitung des Bogens zur Verfügung standen. Es war also wesentlich effizienter Borke, Bast und Kambium unmittelbar nach dem Fällen des Baumes herunter zu schaben und den obersten Jahresring als äußerste Schicht für die Zugseite des Bogens zu verwenden. Ein weiterer Vorteil dieser Bearbeitungsweise liegt in dem wesentlich geringeren Risiko den an der Randzone der Zugseite liegenden Jahresring zu beschädigen und somit eine Querzugbeanspruchung zu provozieren, welche in den meisten Fällen zum Bruch des Bogens führt.



Ebenso ist anzunehmen, dass auch die künftige Druckseite des Bogens, auf Grund der leichteren Bearbeitbarkeit im frisch gefällten Zustand grob herausgearbeitet wurde und lediglich der Tillervorgang in die Zeit nach der Trocknung des Bogenrohlings fiel. Mit dem Tillern ist das schrittweise Belasten des Bogens und der parallel dazu einhergehende feine Materialabtrag gemeint, welcher solange durchgeführt wird, bis sich alle Stellen der Wurfarme in gewünschter Weise krümmen und der Bogen auf vollen Auszug gebracht werden kann, ohne dabei eine Überbelastung zu erleiden. Der Tillerprozess soll deshalb erst nach entsprechender Holzfeuchtereduktion erfolgen, da mit dem Feuchtegehalt des Holzes die Rohdichte als auch die mechanischen Kenndaten wie E-Modul und Festigkeitswerte beeinflusst werden. Laut Wolf [12] sind hierbei Holzfeuchtigkeiten zwischen 9 – 12 % anzustreben. Würde man einen Bogen aus einem waldfrischen Stamm herausarbeiten und ihn umgehend belasten, dann wäre er äußerst ineffizient. Zum einen liegt es daran, dass er eine noch wesentlich höhere Rohdichte bei einer gleichzeitig geringeren Steifigkeit aufweist. Der Bogen lässt sich zwar leicht krümmen, doch fehlt es an dem gewünschten Rückstellvermögen, um den Pfeil entsprechend zu beschleunigen. Weiters kommt es, wie im Kapitel 2-5.3 ausführlicher beschrieben, zu ausgeprägten Relaxationserscheinungen wodurch sich das Material nach Wegnahme der Belastung nicht mehr vollständig zurückverformt. Dadurch ist bei gleicher Auszugslänge weniger elastische Verformung möglich, was wiederum bedeutet, dass weniger Energie gespeichert und auf den Pfeil abgegeben werden kann.

Ob die genannten hölzernen Flachbögen tatsächlich die älteste Form darstellen, lässt sich nicht eindeutig bestätigen. Hardy [7] weist auf den D-förmigen Querschnitt der Holzfragmente aus dem Stellmoor hin, welche sehr typisch für einen Langbogen sind. Dahingegen nennen Loades und Dennis [15] den aus rund 3.300 v. Chr. stammenden Fund in den Ötztaler Alpen als erstes konkretes Beispiel für die Existenz von Langbögen. Durch die sauerstofffreie Umgebung des Gletschers, in der die Mumie "Ötzi" zusammen mit seinen Gebrauchsgegenständen konserviert wurde, blieb auch ein aus dem Kernholz der Eibe geschaffener Langbogen in überaus gutem Zustand erhalten.

Wie bereits im Kapitel 2-3 beschrieben, ist aus Sicht des Verfassers keine eindeutige Grenze zwischen dem Flachbogentyp und dem Langbogentyp definierbar. Vielmehr weisen die einzelnen bekannten Ausprägungsformen oftmals fließende Übergänge auf. Bei reinen Holzbögen war es oftmals sehr regionsbzw. vegetationsabhängig, welche Bogenform bevorzugt wurde. Während sehr viele Holzarten wie Esche, Robinie oder Haselnuss zur Herstellung von Flachbögen geeignet sind, ist die Zahl jener Hölzer aus denen stabförmige Langbögen geschnitzt werden können, eher gering. Wolf [12] verweist für den Bau von Stabbögen auf, in Relation zum E-Modul, druckfestere Holzarten wie beispielsweis Eibe und Ulme, wobei Eibe als die erste Wahl im Holzbogenbau gilt. Durch die natürliche Laminierung von hellem Splint- und rotbraunem Kernholz ergibt sich jene für die Erfordernisse eines Bogens optimale Materialkombination, die Loades und Dennis [15] beschreiben. Hierbei wird der Bogen so herausgearbeitet, dass das Splintholz die Zugseite und das Kernholz die Druckseite bildet. Die Lage des künftigen Bogenquerschnitts im Stamm ist in Abbildung 2-23 exemplarisch für einen Stabbogen aus Eibenholz und einen Flachbogen aus Eschenholz dargestellt.



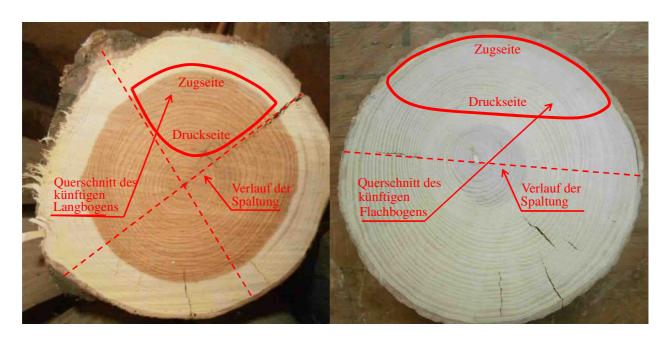


Abbildung 2-23: Lage des Stabbogenquerschnitts im Eibenstamm (links) und des Flachbogenquerschnitts im Eschenstamm (rechts)

Diese Bauweise wurde nahezu unverändert über die Jahrtausende für Jagd- und Kriegszwecke genutzt. Der einzige nennenswerte Unterschied bestand im Zuggewicht der Bögen. Hardy [7] verweist auf Funde im Nydam-Moor in Südjütland aus dem 4. Jahrhundert n. Chr.. Die Langbögen, welche dort gefunden wurden, weisen eine durchschnittliche Breite von b = 2.8 cm, eine Dicke von d = 2.6 cm und eine Länge von l = 178 cm auf. Ein weiterer Fund, welcher aus dem Schiffswrack der "Mary Rose" aus dem 16. Jahrhundert n. Chr. stammte, förderte Langbögen mit nahezu identem Design und folgenden durchschnittlichen Abmessungen ans Tageslicht:  $b = 3.5 \,\mathrm{cm}$ ,  $d = 3.2 \,\mathrm{cm}$  und  $l = 187 \,\mathrm{cm}$ . Dieser Unterschied mag zunächst wenig erstaunen. Vergleicht man jedoch die Biegesteifigkeit der Bögen ausgehend von einem gleichen E-Modul der verwendeten Eiben, ergibt sich ein errechnetes Zuggewicht, welches bei den Langbögen des 16. Jahrhunderts n. Chr. rund zwei bis zweieinhalb Mal höher ist als bei den Bögen aus dem Nydam-Moor. Dieser immense Anstieg im Zuggewicht lässt sich laut Loades und Dennis [15] so erklären, dass die Fernkampfwaffen jener Zeit mit den rüstungstechnischen Fortschritten Schritt halten mussten. Dieses Erfordernis führte im Spätmittelalter und der frühen Neuzeit zu Bögen mit Zuggewichten von bis zu 170 Pfund. Das entspricht einer Kraft von rund 770 N, welche es braucht, um die Sehne des Bogens auf vollen Auszug zu ziehen. Dagegen liegen die meisten heute verwendeten Sportbögen in einem Zuggewichtsbereich zwischen 30 bis 40 Pfund.

Die nachfolgende Abbildung 2-24 zeigt die Replik eines Eibenlangbogens mit steifem Griffstück. Im Gegensatz zum Flachbogen sind hier die Wurfarme wesentlich schmaler, jedoch etwas dicker gehalten, was für Gewichtseinsparung sorgt. Der Hintergrund für das Potential des Langbogendesigns gegenüber dem Flachbogendesign in Bezug auf die Gewichtsreduktion ist in 2-3 erläutert.





Abbildung 2-24: Langbogenreplik aus Eibe in Ansicht (oben) und Draufsicht (unten)

Mit dem Voranschreiten der Neuzeit und den feuerwaffentechnischen Fortschritten in Europa, wurde der Bogen nach und nach zuerst von den Schlachtfeldern und schließlich auch als Jagdwaffe verdrängt. Im europäischen Raum kam der traditionelle Holzbogen ab diesem Zeitpunkt fast nur noch im Bereich der sportlichen Freizeitgestaltung zum Einsatz. Wolf [12] weist jedoch darauf hin, dass der traditionelle Holzbogen seit den letzten Jahrzehnten wieder eine regelrechte Renaissance im Bereich der sportlichen Nutzung erlebt.

#### 2-4.2 DIE ENTWICKLUNG DER KOMPOSITBOGENTECHNIK

Während in Westeuropa der traditionelle Holzbogen bis in die Neuzeit hinein für Jagd- und Kriegszwecke verwendet wurde und auch heute bei vielen Naturvölkern diese Bogenform dem entwicklungstechnischen Letztstand entspricht, entstanden vor allem im asiatischen Raum sehr früh Überlegungen zur Nutzung alternativer Materialien. Davon waren vor allem Regionen betroffen, in denen entweder kaum Wälder vorhanden waren oder die dort vorkommenden Holzarten sich nicht oder nur sehr beschränkt zum Bogenbau eigneten. Diese Hölzer wiesen entweder nicht die notwendige Bruchdehung bzw. -stauchung auf, um die beim Spannen des Bogens auftretenden Längenänderungen der Randfasern schadlos zu überstehen oder hatten ein zu geringes Rückstellvermögen. Aus diesem Grund brauchte es Materialien, die entweder in der Lage waren den Holzkern des Bogens an seinen Randzonen zu stärken oder ihn vollkommen zu ersetzen. Loades und Dennis [6] gehen davon aus, dass die historisch älteste Maßnahme darin bestand, die Zugseite des Bogens durch das Anbringen zerfaserter Tiersehnen zu verstärken. Weiters schreibt er, dass die hohe Zugfestigkeit und Bruchdehnung dieser Fasern den Menschen schon relativ lange bekannt sein dürfte. Die Fasern wurden im nassen Zustand auf die Holzoberfläche aufgebracht. Beim Trocknen schwanden die Tiersehnen, welche sich auf die künftige Zugseite des Holzkernes abstützten und sorgten somit für einen günstigen Vorspanneffekt im Bogen und damit auch für eine leichte Reflexform. In der nachfolgenden Abbildung 2-25 ist der im Bogenquerschnitt eingeprägte, günstige Eigenspannungszustand schematisch veranschaulicht.



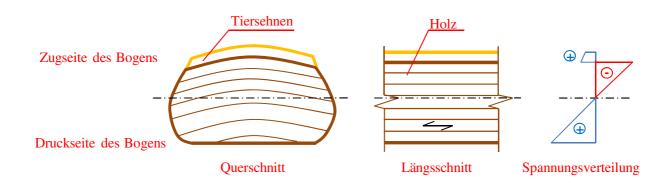


Abbildung 2-25: günstiger Vorspanneffekt des mit Tiersehnen verstärkten Holzbogens

In der Bogenfachwelt wird dieser Art einer Verstärkung der Zugseite als Backing bezeichnet und die der Druckseite als Facing. Mit Tiersehnen belegte Bögen wurden sowohl im asiatischen Raum als auch in Nordamerika von vielen Indianerstämmen verwendet (siehe Grayson et. al. [14]).

Loades und Dennis [6] führen als nächsten entwicklungstechnischen Schritt die Druckverstärkung der Bögen an. Dies wurde durch den Einsatz von Hornplatten erreicht. Dabei fanden hauptsächlich die Hörner von Wasserbüffel, Schaf oder Steinbock Verwendung. Diese Materialkombination aus Tiersehnen auf der Zugseite, Hornplatten auf der Druckseite und einem hölzernen Kern zur Schubübertragung in der Mittellage bringt überaus leistungsfähige Bögen hervor. Sowohl Horn als auch Tiersehnen lassen im Vergleich zu Holz sehr hohe elastische Verformungen zu, wodurch sehr enge Krümmungsradien und in weiterer Folge sehr kurze Bögen möglich werden. Diese Reduktion der Bogenlänge bietet den Vorteil leichterer Wurfarme, was dazu führt, dass mehr Energie auf den Pfeil übertragen werden kann, da weniger in den Wurfarmen dissipiert. Weiters lässt sich ein kürzerer Bogen leichter handhaben, was der Nutzung des Bogens zu Pferd überaus dienlich war. Heere berittener Bogenschützen wurden laut Loades und Dennis [6] bereits ab dem 9. Jahrhundert v. Chr. eingesetzt, wobei der älteste bisher gefundene Kompositbogen, welcher aus Xinjiang in China stammt, um das 10. Jahrhundert v. Chr. gefertigt worden sein dürfte. Das in Xinjiang gefundene Exemplar war vom Typ ein skythischer Bogen. Weiters schreiben Loades und Dennis [6], dass im Nahen Osten eine andere Kompositbogenform entstand, welche ab dem 17. Jahrhundert v. Chr. in Ägypten Verwendung fand und älter als die skythische Form sein könnte. Wie bereits bei den Holzbogenformen lässt sich auch bei den Kompositbögen keine eindeutige Aussage treffen, wann zum ersten Mal Holz, Horn und Tiersehnen gemeinsam in einem derartigen Aufbau interagierten.

Das Zusammenspiel der im Kompositaufbau vereinten, überaus leistungsfähigen Materialien wäre nicht möglich gewesen ohne die Entwicklung der entsprechenden Fügetechnik. Loades und Dennis [6] verweisen darauf, dass bei manchen Bögen der Inuit der Tiersehnenbelag durch ein spezielles Knotensystem am hölzernen Bogenkern befestigt wurde. Dieser Umstand lässt sich auf die Schwierigkeiten der Klebstoffproduktion und -verarbeitung bei arktischem Klima zurückführen. In den gemäßigteren Klimazonen erfolgte die Fügung durch die Anwendung einer ausgefeilten Klebstofftechnik. Laut Loades und Dennis [6] waren nur Haut- und Fischleime geeignet, um den hohen Beanspruchungen in den Klebefugen des Kompositaufbaus standzuhalten. Hätten die einzelnen zu verklebenden Holz- und Hornlamellen eine glatte, ebene Oberfläche aufgewiesen, dann wäre auch die erreichbare Schubfestigkeit der Haut- und Fischleime zu gering für einen sicheren und dauerhaften Verbund gewesen. Deshalb wurden die Oberflächen der Fügeteile mit tiefen Rillen, welche in Längsrichtung der Wurfarme verliefen,



versehen. Diese Verzinkung der Oberflächen führt zu einer deutlichen Vergrößerung der Klebefläche und somit zu einer erheblichen Reduktion der über die Klebefuge zu übertragenden Schubspannungen.

Doch selbst diese feinsinnige Lösung reichte nicht aus, um auch die vom Zuggewicht schwersten Bögen völlig vor einem Längsaufreißen zwischen den Lamellen zu bewahren (siehe Richter [20]). Gemeint sind hierbei die Hornschichtbögen der mittelalterlichen Armbrüste. Als Reaktion auf diese Versagensform wurden Tiersehnenlagen nicht nur in Längsrichtung sondern zusätzlich auch in Umfangsrichtung auf den Bogen aufgebracht. Beim Trocknen der feucht aufgebrachten Tiersehnen zogen sie sich zusammen und übten somit einen günstigen Querdruck auf den laminaren Aufbau auf. Bedingt durch diesen günstigen Eigenspannungszustand konnten noch größere Schubbeanspruchungen schadlos von den Klebefugen aufgenommen werden. Richter [20] liefert viele Beispiele für Kompositaufbauten mittelalterlicher Bögen von denen ein typischer Stellvertreter in Abbildung 2-26 gezeigt ist.

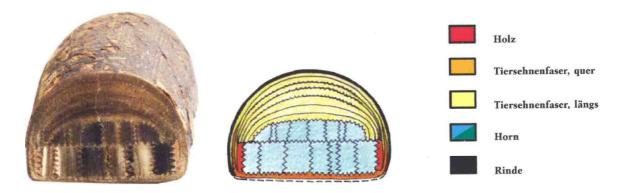


Abbildung 2-26: Querschnitt durch den Kompositbogen einer mittelalterlichen Armbrust [20]

Wie bereits erwähnt, gehörten die Hornschichtbögen der mittelalterlichen Armbrüste zu den schwersten und steifsten Bögen ihrer Art, was von den vielen Tiersehnenlagen und dem doppelten Hornkern herrührte. In Abbildung 2-26 ist sehr gut die Verzahnung der einzelnen Horn- und Holzstreifen, welche den Kern des Bogens bilden, erkennbar. Anders als bei dem hier gezeigten Beispiel eines Armbrustbogens, reichte bei den meisten leichteren Kompositbögen ein einziger liegender Hornstreifen zur Bildung der Druckseite aus.

Im Gegensatz zu heutigen Klebstoffen war die Aushärtezeit der historischen Leime um ein Vielfaches länger. Grayson et. al. [14] spricht daher von Herstellungszeiten, die für einen durchschnittlichen Bogen viele Monate betrugen. Mit jeder Tiersehnenlage, die auf der Zugseite des Bogens aufgebracht wurde mussten laut Loades und Dennis [6] wieder mehrere Wochen Aushärtezeit abgewartet werden, bis die nächste Lage folgen konnte. Im Grunde stellten diese in Leim getränkten, schichtweise aufgeklebten Sehnenlagen eine frühe Form der heute immer häufiger zum Einsatz kommenden Faserverbundwerkstoffe dar. Das Grundprinzip der Einbettung zugfester Fasern in einer Klebstoffmatrix zur Erzielung einer durchgängigen Kraftübertragung in Kombination mit einer entsprechenden Formstabilität ist über die Jahrtausende gleich geblieben und spiegelt sich in den modernen faserverstärkten Kunststoffen wider.

Ein Nachteil, der Kompositbögen, als auch hölzerner Bögen, war die Feuchteanfälligkeit der Materialien. Die meisten Hornschichtbögen wurden daher laut Richter [20] mit einer Schicht aus lackierter Rinde oder Leder überzogen, die oft dekoriert wurde. Ohne diese schützende Schicht hätten sich die Bögen bei feuchter Witterung, auf Grund der Wasserlöslichkeit der verwendeten Leime, in ihre einzelnen Lamellen zerlegt. Des Weiteren war die Steifigkeit der eingesetzten organischen Materialien, wozu beispielsweise



Horn, Holz oder Tiersehnen zählten, ebenfalls von Temperatur und Feuchtigkeit abhängig. So schreibt Richter [20], dass die Kompositbögen bei kalter und trockener Umgebung, bedingt durch die höhere Steifigkeit, am meisten Energie speichern konnten.

Von den vielen traditionellen Kompositbogenformen die, wie bereits erwähnt, zum Großteil aus dem asiatischen Raum stammen, werden diverse Designs auch heute noch für ihre Eleganz und Leistungsfähigkeit geschätzt. Die nachfolgende Abbildung 2-27 zeigt eine aufwändig nach überlieferten Herstellungsmethoden gefertigte Replik eines osmanischen Reiterbogens. Derartige Bögen wurden auch noch von den berittenen Heerscharren der Osmanen wirkungsvoll eingesetzt, als es schon längst Feuerwaffen gab. So kamen sie beispielsweise bei den beiden Türkenbelagerungen vor Wien in den Jahren 1529 und 1683 zur Verwendung. Um die Leistungsfähigkeit eines solchen Osmanenbogens aufzuzeigen, beschreiben Loades und Dennis [6] einen neuzeitlichen Weitschießwettbewerb bei dem der Rekord mit entsprechend dafür entwickelten Flugpfeilen bei einer Schussdistanz von 889 m lag.



Abbildung 2-27: Replik eines osmanischen Reiterbogens in Kompositbauweise mit statischen Recurves

Wie aus den vorangegangenen Beschreibungen hervorgeht, war die Herstellung der Kompositbögen ein überaus anspruchsvoller Vorgang, bei dem, anders als bei reinen Holzbögen viele Werkstoffe im Vorfeld produziert und in langwierigen Fertigungsprozessen zusammengefügt werden mussten. Eine detaillierte Zusammenfassung der einzelnen Fertigungsschritte wird von Loades und Dennis [6] beschrieben.

Bedingt durch den hohen Fertigungsaufwand in Zusammenhang mit den langen Klebstoffhärtezeiten sind Sportbögen aus Horn und Tiersehnen heute nicht mehr wirtschaftlich produzierbar. Daher wird vor allem seit der Nachkriegszeit mit sehr vielen alternativen Materialien experimentiert, welche jene mechanische Beanspruchbarkeit aufweisen, um die Hornlage an der Druckseite bzw. die Sehnenlagen an der Zugseite zu ersetzen. Dazu zählen glas- und kohlefaserverstärkte Kunststoffe, aber auch Aluminium und sogar Federstahl, wobei letzterer bereits seit dem Spätmittelalter Verwendung in schweren Armbrustbögen fand. Es sind Werkstoffe, die im Gegensatz zu den individuell geformten tierischen Materialien, in einheitlicher Geometrie und großer Stückzahl produziert werden können. Auch die Aushärtezeiten haben sich durch die Entwicklung neuer, synthetischer Klebstoffe deutlich reduziert, wobei sich im Bogenbau vor allem Epoxidharze durchgesetzt haben. Epoxidharze weisen im Gegensatz zu den historischen Leimen eine hohe Feuchtebeständigkeit, höhere Festigkeitskennwerte sowie eine gute Anpassbarkeit der Klebstoffeigenschaften an die jeweiligen Anforderungen auf. Außerdem sind sie wesentlich einfacher zu



verarbeiten, was zum Teil auch auf einen geringeren Vorbereitungsaufwand bei den Fügeteilen zurückzuführen ist.

Trotz all dieser innovativen Möglichkeiten in der Fertigungstechnik, die den Sportbogen zu dem Hochleistungsprodukt machen, welches es heute darstellt, gibt es nach wie vor etliche spannungstechnische Herausforderungen zu bewerkstelligen, um die einwirkenden Beanspruchungen schadlos aufzunehmen und eine zuverlässige Funktionsfähigkeit auf lange Sicht und bei jedweder Witterung gewährleisten zu können.

## 2-5 ANALOGIEN ZUM BAUWESEN

Dadurch, dass dieses Projekt an das Institut für Holzbau und Holztechnologie herangetragen wurde, welches einen Teilbereich der Bauingenieurswissenschaften abdeckt, ist es naheliegend auch Analogien zu bauingenieursmäßigen Anwendungen herzustellen. Die bisher durchgeführten Forschungen an Bogenund Satteldachträgern lieferten wertvolle Erkenntnisse hinsichtlich der Querzugproblematik, sowie über die Eigenspannungszustände dieser Systeme. Diese können nach Ansicht des Verfassers auch für die Nachvollziehbarkeit der Versagensmechanismen am untersuchten Sportbogenmodell verwendet werden. Des Weiteren erfordern sowohl die Holzbautechnologie als auch der Sportbogenbau die Leistungsfähigkeit und Vielseitigkeit moderner Klebstoffe und der dadurch ermöglichten Fügetechnik, weshalb auch in dieser Hinsicht auf prüftechnische Erfahrungen aus dem Baubereich zurückgegriffen werden kann. Aus diesen Gründen werden nachfolgend Beispiele aus dem Bauwesen gezeigt und diskutiert, um anschließend die daraus gewonnen Gedanken auf das System des Sportbogens anzuwenden.

## 2-5.1 QUERZUGBEANSPRUCHUNG IN BOGENTRÄGERN

Anhand der nachfolgenden Ausführungen soll gezeigt werden, in welchen Tragsystemen Querzugbeanspruchung auftritt und wodurch diese verursacht wird. Gekrümmte oder geknickte Stabachsen führen zu Kraftumlenkungen und infolgedessen zu Spannungen, welche normal zur Trägerlängsrichtung und somit quer zur Faserrichtung des Holzes wirken (siehe Schickhofer [16]). Diese Spannungen können je nach System und Belastung als Querdruck- oder Querzugspannugen auftreten, wobei Querzug für Holzwerkstoffe eine äußerst ungünstige Beanspruchung darstellt.

Der in Abbildung 2-28 dargestellte Bogenträger weist eine gekrümmte Stabachse auf. Er ist durch eine Gleichlast in positive z-Richtung belastet, was zur gezeigten schematischen Momentenbelastung führt. Dieses positive Biegemoment ist in Feldmitte bzw. im Firstbereich des Trägers am höchsten. Wird das Biegemoment in weiterer Folge in ein Kräftepaar, bestehend aus einer Zug- und einer Druckkraft zerlegt, so muss diese logischerweise auch im Firstbereich am größten sein. Je größer der Wert des Kräftepaares und je kleiner der Krümmungsradius des Bogenträgers, desto größer ist die resultierende, in Trägerquerrichtung wirkende Komponente. Unter der Voraussetzung, dass der Krümmungsradius für den betrachteten Träger über die gesamte Länge konstant ist, ergibt sich somit der Firstbereich als jene auf Querzug am höchsten belastete Stelle. Daher erfolgt der in Abbildung 2-29 gezeigte Freischnitt im Firstbereich des Bogenträgers, welcher an die Ausführungen von Schickhofer [16] angelehnt ist.



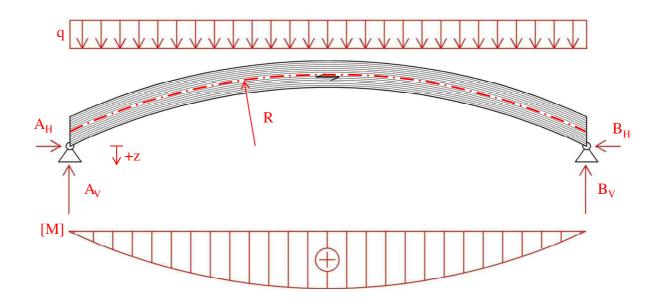


Abbildung 2-28: Momentenverlauf eines Bogenträgers unter vertikaler Gleichlast in positiver z-Richtung

Die positive Biegemomentenbeanspruchung im Zusamnenhang mit der gekrümmten Trägerachse erzeugt Kräfte, die normal zur Trägerachse wirken und jeweils von dieser wegzeigen. Es herrscht also eine Querzugbeanspruchung vor, die, wie bereits erläutert, im Firstbereich am höchsten ist. Würde die Belastung bei diesem System nicht in die positive z-Richtung wirken, sondern in die negative, wie es beispielsweise infolge einer Windsogbeanspruchung der Fall ist, so käme es zu einer wesentlich günstigeren Querdruckbeanspruchung in diesem Träger.

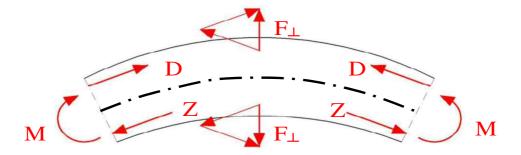


Abbildung 2-29: Auswirkung der gekrümmten Stabachse im freigeschnittenen Firstbereich

Gleiches gilt für einen gekrümmten Kragträger, welcher unter einer Belastung in positiver z-Richtung steht, wie in Abbildung 2-30 angeführt. Dieses mitunter auch in bauingenieursmäßigen Anwendungsfällen vorkommende System ähnelt bereits dem in Kapitel 2-1 beschriebenen Prinzip eines Bogens. Das hier auftretende negative Biegemoment führt dazu, dass die resultierenden, senkrecht zur Trägerlängsachse wirkenden Komponenten des Kraftecks eine Querdruckbeanspruchung auslösen. Diese Beanspruchung in Querrichtung ist an der Stelle der Einspannung am höchsten. Gleichzeitig ist es auch jener Bereich, an der sich die Schubbeanspruchung infolge der Querkraft als am höchsten darstellt. Dieser Umstand wird deshalb erwähnt, da die Interaktion aus Querdruck und Schub einen günstigen Beanspruchungsfall darstellt. Dahingegen wirkt sich Zug quer zur Faser im Zusammenhang mit Schub äußerst negativ aus, da der materialseitige Widerstand von unidirektionalen Lamellen oder Klebstoffen auf diese Beanpruchungskombination sehr gering ausfällt.



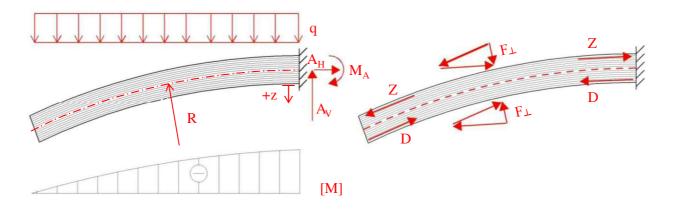


Abbildung 2-30: gekrümmter Kragträger und zugehörige Kraftwirkung in Querrichtung

In der nachfolgenden Abbildung 2-31 sind Ansätze für die Interaktion von Schub längs zur Faserrichtung und Normalspannungen quer zur Faserrichtung gezeigt. Während alle drei Normen die reduzierte Beanspruchbarkeit auf Schub infolge gleichzeitig wirkender Querzugbelastungen berücksichtigen, ist nur in der schweizerischen Normung SIA 265: 2003 die günstige, schubtragfähigkeitserhöhende Wirkung einer Querdruckbeanspruchung enthalten. Die Kennlinien sind auf Basis von Betrachtungen an Brettschichtholzträgern erstellt worden.

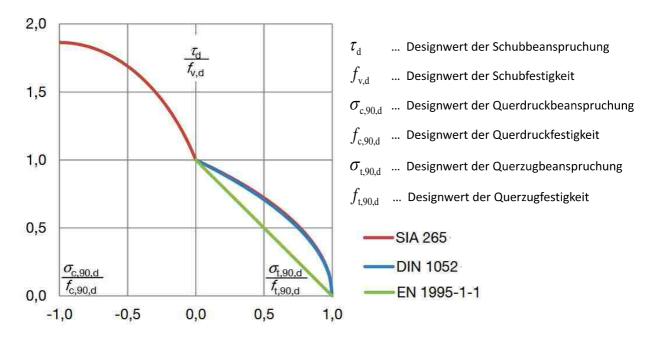


Abbildung 2-31: Interaktionsansätze nach [SIA 265: 2003], [DIN 1052: 2008] und [EN 1995-1-1: 2008] für Längsschub und Spannungen quer zur Faserrichtung [24]

# 2-5.2 EIGENSPANNUNGEN IN BOGENTRÄGERN

Neben der Problematik mit dem Querzug, welcher in Bogenträgern auftritt, besteht weiters die Beanspruchung der fertigungsinduzierten Eigenspannungen. Diese treten dadurch auf, dass die ursprünglich gerade Brettlamelle in eine gekrümmte Form gezwungen wird. Die dadurch entstehenden Eigenspannungen sind dabei umso höher, je kleiner der Krümmungsradius ausfällt. Laut ÖNORM EN 1995-1-1: 2015 [26] wird zur Bemessung die im Bogenträger vorhandene Eigenspannung



durch eine Abminderung der Biegefestigkeit berücksichtigt. Diese Reduktion der Biegefestigkeit erfolgt über den Beiwert  $k_r$ , welcher vom Krümmungsradius des Trägers abhängt und in der nachfolgenden Gleichung (2.6) ausgewiesen ist.

$$k_{\rm r} = \begin{cases} 1 & \text{für } \frac{r_{\rm in}}{t} \ge 240\\ 0.76 + 0.001 \cdot \frac{r_{\rm in}}{t} & \text{für } \frac{r_{\rm in}}{t} \le 240 \end{cases}$$
 (2.6)

 $k_r$ ... Beiwert zur Berücksichtigung der Eigenspannungen aus der Fertigung [-]

r<sub>in</sub>... Krümmungsradius der Bogenträgerinnenseite [mm]

t... Dicke der einzelnen Brettschichtholzlamelle [mm]

In Gleichung (2.7) ist der aus ÖNORM EN 1995-1-1: 2015 [26] angeführte Nachweis der zulässigen Biegebeanspruchbarkeit angeführt. Der biegefestigkeitsreduzierende Beiwert  $k_r$  wird hierbei nur bei relativ kleinen Krümmungsradien in Zusammenhang mit größeren Brettlamellendicken schlagend.

$$\sigma_{\rm md} \le k_{\rm r} \cdot f_{\rm md} \tag{2.7}$$

 $\sigma_{m.d...}$  Designwert der einwirkenden Biegespannungen [N/mm<sup>2</sup>]

 $f_{m,d}$ ... Biegefestigkeit des Holzwerkstoffs [N/mm<sup>2</sup>]

Wie Aondio [18] schreibt, ist dieser laut Norm vorgegebene Bemessungsansatz speziell für Bogenträger mit relativ kleinen Krümmungsradien etwas gewagt, da seiner Ansicht nach die fertigungsinduzierten Eigenspannungen unterschätzt werden. Darum stellte er den eben gezeigten Bemessungsansatz einem zweiten Verfahren gegenüber, bei dem die Höhe der Eigenspannungen direkt ermittelt und zu den Spannungen infolge äußerer Last aufsummiert werden kann. Die Errechnung der Eigenspannungen einer Lamelle erfolgt dabei nach dem in Gleichung (2.8) gezeigten Ansatz.

$$\sigma = \frac{E_{mean} \cdot d}{R \cdot 2} \tag{2.8}$$

 $\sigma$ ... Eigenspannungen in der Einzellamelle [N/mm $^2$ ]

R... Krümmungsradius der Brettschichtholzlamelle in der Stabachse [mm]

d... Dicke der einzelnen Brettschichtholzlamelle [mm]

E<sub>mean</sub>...Mittelwert des E-Moduls der Lamelle [N/mm<sup>2</sup>]

Des Weiteren schreibt Aondio [18], dass laut der DIN EN 16351: 2011 eine maximal zulässige Lamellenstärke in Abhängigkeit des Krümmungsradius und der Biegefestigkeit eingesetzten Holzes vorgegeben wird. Mit dem in (2.8) vorgestellten Ansatz hat er für die unterschiedlichen Festigkeitsklassen von Nadelhölzern und Brettschichthölzern Berechnungen angestellt. Dabei zeigte sich, dass vor allem bei den niedrigeren Festigkeitsklassen in Zusammenhang mit den zugewiesenen kleinsten Krümmungsradien, sehr hohe Auslastungen resultieren. In manchen Fällen betrug diese allein infolge der Eigenspannungen über 100 %.

Ein Aspekt, welcher bei diesen Berechnungen nicht mitberücksichtigt wurde und entscheidenden Einfluss auf die tatsächlichen Eigenspannungen im Träger hat, ist das Relaxationsverhalten des Werkstoffs. Aus diesem Grund wurden von Aondio [18] Versuche durchgeführt, um abschätzen zu können, in welcher



Höhe der Spannungsabbau durch Relaxation auftritt. Diese Versuche und die sich daraus ergebenden Schlussfolgerungen sind im nachfolgenden Kapitel angeführt.

#### 2-5.3 RELAXATIONSVERHALTEN VON HOLZWERKSTOFFEN

Mit Relaxation ist ein zeitabhängiger Spannungsabbau, bei gleichzeitiger, konstant bleibender Dehnung gemeint (siehe Aondio [18]). Dahingegen ist mit dem Kriecheffekt, welcher oft im selben Atemzug mit der Relaxation erwähnt wird, eine langzeitliche Verformungszunahme infolge quasi ständig wirkender Last gemeint. Die Einflussfaktoren auf diese beiden Erscheinungsformen sind allerdings sehr ähnlich und lauten für Relaxation wie folgt (vgl. Aondio [18]):

- (i) Art der Beanspruchung, aus welcher die Verformung resultiert,
- (ii) Dauer der Verformung,
- (iii) Größe der Verformung,
- (iv) Höhe der Temperatur,
- (v) Höhe der Luftfeuchtigkeit und der damit verbundenen Holzfeuchtigkeit.

Um die eben angeführte Definition von Kriechen und Relaxation zu veranschaulichen, sind in Abbildung 2-32 die zeitabhängigen Spannungs- und Dehnungsverläufe für diese Effekte in allgemeiner Weise dargestellt.

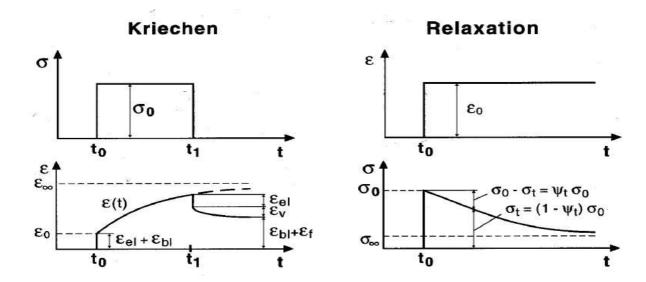


Abbildung 2-32: exemplarischer Spannungs-Zeit-Verlauf und Dehnungs-Zeit-Verlauf für Kriechen (links) und Relaxation (rechts) [28]

# 2-5.3.1 Bestimmung des Relaxationsverhaltens im Versuch

Um das Relaxationsverhalten zu untersuchen, wurden von Aondio [18] zum einen Lamellen an einem bestehenden Brettschichtholzträger betrachtet, zum anderen erfolgten Prüfungen an gekrümmten Dreischichtplatten.

Da der bogenförmige Träger einige Parallelen zu dem in dieser Arbeit betrachteten Sportbogen aufweist, wird kurz auf den Versuchsaufbau und die gewonnen Erkenntnisse eingegangen. Es handelte sich hierbei



um einen rund 25 Jahre alten Brettschichtholzträger, welcher aus 10 mm starken Fichtenholzlamellen zusammengesetzt worden ist. Die ungewöhnlich kleinen Krümmungsradien reichten von 1,50 m an der Bogeninnenseite bis 2,00 m an der Außenseite. Für die Relaxationsbetrachtung fanden zwei bogenaußenseitig gelegene, vorsichtig herausgelöste Lamellen Verwendung. Der Radius der annähernd kreisbogenförmigen Lamellen lässt sich anhand des in Gleichung (2.9) angeführten geometrischen Zusammenhangs bestimmen.

$$R = \frac{s^2}{8 \cdot h} + \frac{h}{2} \tag{2.9}$$

R... Radius des Kreisbogens [mm]

s... Sehnenlänge des Kreissegments [mm]

*h*... Höhe des Kreissegments [mm]

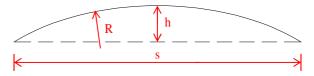


Abbildung 2-33: geometrische Größen eines Kreisbogensegments

Nach der erfolgten Herauslösung, kam es zu einer Entspannung der Lamellen und einer damit einhergehenden teilweisen Rückverformung. Bedingt durch einen nun möglichen, allseitigen Feuchtezutritt zu den herausgelösten Lamellen, wurden diese nahezu reibungsfrei gelagert, um mögliches Schwinden und damit im Zusammenhang stehende Formänderungen nicht zu behindern. Die so über mehrere Monate durchgeführten Beobachtungen ergaben gewisse Formänderungen bzw. Veränderungen im Radius der relaxierten Brettschichtholzlamellen. Auf Basis der nachfolgend in Gleichung (2.10) angeführten Formel lässt sich, unter der Annahme ursprünglich gerader Lamellen, die sich aus der Radienänderung ergebende Spannungsrelaxation errechnen.

$$\chi = \left(1 - \frac{\left|\kappa_1 - \kappa_2\right|}{\left|\kappa_1\right|}\right) \cdot 100 \% = \left(1 - \frac{\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}}{\frac{1}{R_1}}\right) \cdot 100 \% = \frac{R_1}{R_2} \cdot 100 \% \tag{2.10}$$

χ... Spannungsrelaxation [%]

 $\kappa_1$ ... Krümmung im eingebauten Zustand [1/mm]

 $\kappa_2$ ... Krümmung im ausgebauten Zustand [1/mm]

 $R_1$ ... Krümmungsradius im eingebauten Zustand [mm]

 $R_2$ ... Krümmungsradius im ausgebauten Zustand [mm]

Schwankungen in der Holzfeuchte ergaben Spannungsrelaxationen der Lamellen, welche im Bereich von 46 % - 55 % lagen (siehe Aondio [18]). Im Umkehrschluss ist die langzeitlich im Träger vorherrschende Eigenspannung nur etwa halb so groß wie kurzzeitlich zum Zeitpunkt der Fertigung. Aufbauend auf diesen Erkenntnissen erfolgte anschließend eine Bemessungsempfehlung, wie rechnerisch mit dem Relaxationsverhalten umzugehen ist.

# 2-5.3.2 Rechnerische Berücksichtigung in der Bemessung

Aondio [18] empfiehlt den in Gleichung (2.8) bereits gezeigten Ansatz zur Ermittlung der Eigenspannungen, welche in weiterer Folge zu den Spannungen infolge äußerer Lasteinwirkung hinzuaddiert werden können. Da sich jedoch gezeigt hat, dass das Relaxationsverhalten von Holzwerkstoffen einen nicht unwesentlichen Faktor darstellt, muss dieser Einfluss rechnerisch



berücksichtigt werden. Der Vorschlag besteht darin, einen ideellen E-Modul für die Eigenspannungsermittlung einzuführen, welcher von der Spannungsrelaxation des Werkstoffs abhängig ist (siehe Gleichung (2.11)).

$$E_{\text{idell}} = \frac{4}{3} \cdot E_{\text{mean}} \cdot (1 - \chi) = \frac{4}{3} \cdot E_{\text{mean}} \cdot \left(\frac{1}{1 + k_{\text{def}}}\right)$$
 (2.11)

χ... Spannungsrelaxation [%]

 $E_{idell}$ ... ideeller E-Modul zur Berechnung der Eigenspannungen [N/mm<sup>2</sup>]

 $E_{mean}$ ... Mittelwert des E-Modul der Lamelle [N/mm<sup>2</sup>]

 $k_{def}$ ... Verformungsbeiwert für das Langzeitverhalten von Holzwerkstoffen [-]

Unter der Annahme, dass der E-Modul einer Gaußverteilung folgt, kann dessen 95 % Quantilwert durch Multiplikation des Mittelwertes mit dem Faktor 4/3 errechnet werden. Die Verwendung des 95 % Quantilwertes des E-Moduls scheint in diesem Fall gerechtfertigt zu sein, da daraus konservativ höhere Eigenspannungen resultieren. Weiters lässt sich die Höhe der Relaxation sowohl über den Wert der Spannungsrelaxation  $\chi$  als auch über den Verformungsbeiwert  $k_{\text{def}}$  berücksichtigen, was auf ihre bereits angesprochenen relativ ähnlichen Einflussfaktoren zurückzuführen ist. Wird der in Gleichung (2.11) ermittelte E-Modul in Gleichung (2.8) eingesetzt, so ergibt sich die laut Gleichung (2.12) unter Berücksichtigung des Relaxationsverhaltens berechenbare Eigenspannung.

$$\sigma_{R} = \frac{2 \cdot d}{3 \cdot R} \cdot E_{\text{mean}} \cdot (1 - \chi) = \frac{2 \cdot d}{3 \cdot R} \cdot E_{\text{mean}} \cdot \left(\frac{1}{1 + k_{\text{def}}}\right)$$
 (2.12)

 $\sigma_{R}$ ... verbliebene Eigenspannungen in der Einzellamelle nach erfolgter Relaxation[N/mm<sup>2</sup>]

*R*... Krümmungsradius der Brettschichtholzlamelle in der Stabachse [mm]

d... Dicke der einzelnen Brettschichtholzlamelle [mm]

χ... Spannungsrelaxation [%]

 $E_{mean}$ ... Mittelwert des E-Moduls der Lamelle [N/mm<sup>2</sup>]

 $k_{def}$ ... Verformungsbeiwert für das Langzeitverhalten von Holzwerkstoffen [-]

Aus Aondio [18] geht weiters hervor, dass auf Basis der in Gleichung (2.12) vorgestellten Funktion, der auf Relaxation untersuchte Bogenträger nachgerechnet worden ist und die so erhaltenen Ergebnisse mit jenen Werten gegenübergestellt wurden, welche der Bemessungsvorschlag nach ÖNORM EN 1995-1-1 [26] ergab. Bei diesem Vergleich zeigten sich erhebliche Unterschiede, was die Auslastung der Systeme betrifft. Der nach Norm vorgeschlagene Ansatz ist dabei überaus gewagt und führt bei kleinen Krümmungsradien zu einer möglichen Unterschätzung der Eigenspannungen.

#### 2-5.4 MECHANISCHES VERHALTEN VON KLEBEVERBINDUNGEN

Da sowohl Holzwerkstoffe als auch Bögen in Kompositbauweise ohne die entsprechende Klebetechnologie undenkbar wären, wird in diesem Abschnitt auf die, zur Beschreibung des Verhaltens einer Klebefuge, relevantesten Aspekte eingegangen.



#### 2-5.4.1 Bruchmechanik

An dieser Stelle soll zunächst ein kurzer Überblick über die unterschiedlichen Bruchmechanismen in einer Klebeverbindung sowie in den angrenzenden Fügeteilen gegeben werden. Die Interaktion zwischen dem Klebstoff und den Fügeteilen kann wie von Brandner und Thiel [13] beschrieben, über den Ansatz eines Kettenmodells erfolgen, in welchem jede Komponente ein Glied in der Kette darstellt. Unter der Voraussetzung, dass immer das schwächste Glied in der Kette versagt, soll nun diskutiert werden, in welchen Formen dieses auftreten kann und welche Einflüsse relevant sind.

Grundsätzlich lässt sich laut Virgolini [29] zwischen einem Adhäsions- und einen Kohäsionsbruch unterscheiden. Dabei ist mit einem Adhäsionsbruch gemeint, dass es zu einer Trennung zwischen Fügeteil und Klebstoff kommt. Dieses Versagen ist eng mit den Oberflächeneigenschaften der zu verbindenden Materialien verknüpft und kann in vielen Fällen auf eine unzureichende Vorbehandlung, wie beispielsweise einer mangelhaften Entfettung der Fügeteile, zurückgeführt werden. Dabei kommt es, sofern die Verklebung fachgerecht unter den entsprechenden Bedingungen ausgeführt wurde, in den seltensten Fällen zu einem reinen Adhäsionsbruch sondern oft zu Mischbrüchen. Dahingegen ist mit einem Kohäsionsbruch ein vollständiges Versagen innerhalb der Klebstoffschicht oder einem Fügepartner gemeint. Welcher dieser Versagensfälle zuerst in welchem Bereich der Verbindung auftritt, ist,wie in der nachfolgenden Aufzählung angeführt, von sehr vielen Faktoren abhängig: (vgl. Brandner und Thiel [13])

- (i) Vorbereitung und Verarbeitung der Fügeteile und des Klebstoffs,
- (ii) Materialeigenschaften (Steifigkeiten und Festigkeiten),
- (iii) Geometrie und Stoßart der zu verbindenden Bauteile (insbesondere der Dicke der Klebefuge),
- (iv) Temperatur und Luftfeuchtigkeit,
- (v) Beanspruchungsart und der daraus resultierenden Spannungen.

Bei der Auslegung einer Klebeverbindung gilt der Grundsatz diese, trotz ihrer im Allgemeinen spröden Versagensform, möglichst duktil zu gestalten. Dies kann beispielsweise durch eine entsprechend geringere Dimensionierung eines duktileren Fügepartners erfolgen. Trotz allem weist der Klebstoffverbund im Vergleich zu mechanisch wirkenden Verbindungsmitteln ein wesentlich geringeres Verformungsvermögen und damit eine sehr beschränkte Möglichkeit der Versagensankündigung auf. Was jedoch für den Einsatz der Klebeverbindung spricht, sind ihre relativ hohen Steifigkeits- und Festigkeitswerte sowie ein sehr guter Wirkungsgrad bei gleichzeitig geringer Masse. Aspekte, die auch der Verwendung im Bogenbau zugutekommen.

## 2-5.4.2 Modellbildung

Wie aus Virgolini [29] hervorgeht gibt es bereits unzählige analytische Modelle in unterschiedlichster Komplexität, mit deren Hilfe versucht wird, das mechanische Geschehen innerhalb einer Klebeverbindung zu beschreiben. Im Umfang dieser Arbeit kann daher nur auf die wesentlichsten Aspekte und deren Einflüsse eingegangen werden.

Wie bereits angesprochen, spielt die Art des Stoßes und die damit im Zusammenhang stehende Belastung auf eine Klebefuge eine wesentliche Rolle. Während die meisten Klebstoffe sehr hohen Schubbeanspruchungen widerstehen können, ist die Beanspruchbarkeit auf Querzug oder gegenüber einer schälenden Einwirkung oft deutlich geringer. Darum sollten Klebeverbindungen möglichst so konzipiert werden, dass sie die einwirkenden Lasten planmäßig auf Schub abtragen. Anhand der nachfolgenden



Abbildung 2-34 soll gezeigt werden, dass es bei klassischen ein- und zweischnittigen Überlappungsverklebungen nicht gelingt, diese rein auf Schub zu beanspruchen, da bedingt durch die Dicke der Bauteile sich zwangsläufig Exzentrizitäten in der Lasteinleitung ergeben (siehe Brandner und Thiel [13]). Während in zweischnittigen Verbindungen zwei entgegensinnig drehende, gleichgroße Drehmomente auftreten, resultiert aus dem einschnittigen Stoß ein einzelnes Moment, was zu einer Verdrehung des Überlappungsbereiches führt. Durch den nun schrägen Kraftangriff auf die Verklebung wird diese durch einen zusätzlichen Querzuganteil belastet.

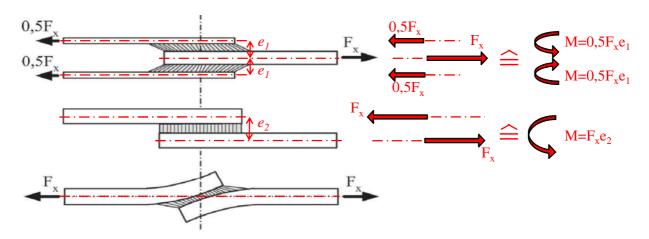


Abbildung 2-34: Vergleich der Schnittgrößen einer ein- und zweischnittigen Klebeverbindung nach [13]

Eines der wohl bekanntesten und ältesten Modelle ist die Theorie nach Volkerson. Aus Virgolini [29] geht hervor, dass die nach diesem Modell beschriebene Kräfteverteilung ursprünglich aus der Betrachtung schubbeanspruchter Nietverbindungen stammt. Die dafür aufgestellten Ansätze lassen sich ebenso für vereinfachte Betrachtungen von Klebeverbindungen verwenden. Brandner und Thiel [13] listen die, für die Verwendung der Volkerson-Theorie getroffenen Kriterien auf. Diese lauten wie folgt:

- (i) kleine Verformungen,
- (ii) ebene Querschnitte,
- (iii) linear elastisches Werkstoffverhalten der Klebeverbindung und der Fügepartner,
- (iv) konstante Dicke der Fügeteile und der Klebstoffschicht
- (v) vernachlässigbare Biegemomente (Biegesteifigkeit EI >>)
- (vi) homogene Klebstoffschicht
- (vii) die Fügeteile übernehmen die Längskräfte (Schubsteifigkeit GA >>)
- (viii) die Klebstoffschicht nimmt ausschließlich Schubflüsse auf (kein E-Modul erforderlich)

Je nachdem wie die einzelnen Materialparameter und Bauteilgeometrien gewählt werden, hat dies einen signifikanten Einfluss auf den Verlauf der Schubspannungen in der Klebefuge. Durch den Umstand, dass bei den in Abbildung 2-34 gezeigten Überlappungsklebung, jeweils an den Enden der Klebefuge die Querschnitte abrupt kleiner werden, treten hier höhere Dehnungen der Fügeteile auf. Dies hat zur Folge, dass auch die im Kleber auftretenden Schubspannungen in diesem Bereich entsprechend höher ausfallen. Dabei fallen die Spannungen umso höher aus je dehnweicher die Fügeteile und je schubsteifer und dünner die Klebefuge ist. Der Einsatz einer größeren Überlappungslänge sorgt dabei nur unwesentlich zu einer Reduktion der maximalen Schubspannungen im Randbereich der Fugen, während im mittleren Bereich die auftretenden Spannungen deutlich reduziert werden. Es zeigt sich, dass die Annahme eines linear elastischen Materialverhaltens ein wesentlicher Grund für die Spannungskonzentration an den



Randbereichen ist. In Abbildung 2-35 sind die Auswirkungen unterschiedlicher Werkstoffgesetze auf den Schubspannungsverlauf dargestellt. Sofern der Klebstoff ein ausgeprägtes, plastisches Verformungsvermögen aufweist, führt dies ab einem gewissen Belastungsniveau zu einer teilweisen Umlagerung der Kraftübertragung von den Randbereichen des Stoßes zur Mitte hin.

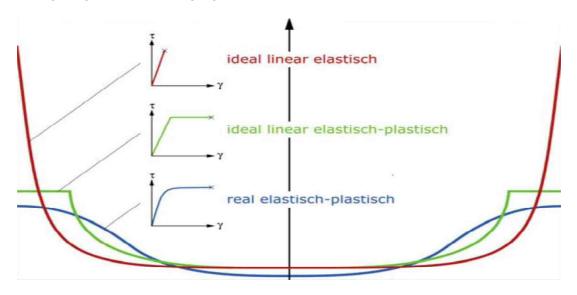


Abbildung 2-35: Schubspannungsverlauf der Klebefuge in Abhängigkeit vom Werkstoffgesetz [13]

# 2-6 ÜBERLEGUNGEN ZUR BEANSPRUCHUNG IM BOGEN

Nachdem in den vorangegangen Kapiteln ein allgemeines Verständnis für das System Pfeil und Bogen sowie für technische Ansätze aus dem Bauingenieurbereich geschaffen worden sind, soll an dieser Stelle die im Bogen aufgetretene Problematik, näher erläutert werden. Die dazu notwendigen Ausführungen sind an den Prüfbericht von Baumann und Schickhofer [9] angelehnt, wobei im Zuge dieser Arbeit etwas detaillierter auf die konkrete Problemstellung eingegangen wird.

Einleitend ist das betrachtete Recurvebogenmodell mit seinen individuellen Eigenschaften bereits in groben Zügen vorgestellt worden. Das Sportgerät ist aus einem soliden, relativ starren Griffstück und zwei Wurfarmen, welche einen laminaren Aufbau aufweisen, zusammengesetzt. Auf die einzelnen Materialien dieses Kompositaufbaus wird im nachfolgenden Kapitel 3-1 näher eingegangen. Die Abbildung 2-36 zeigt das Griffstück des Bogens und die Art und Weise wie die Lamellen, aus denen die Wurfarme zusammengesetzt sind, in diesen Bereich des Bogens übergehen. Dabei läuft der bogenrückenseitige Teil der Lamellen über das gesamte Griffstück durch, während die bauchseitigen Lamellen auslaufen und im unmittelbaren Griffbereich, an dem der Bogen vom Schützen gehalten wird, nicht mehr vorhanden sind. Im Zusammenhang mit dieser angewendeten Lamellenführung sind im Gebrauchsfall Schäden bei diesem Bogenmodell aufgetreten. Einige Ausschnitte dieser Versagensfälle sind anschließend an diversen Beispielen angeführt.



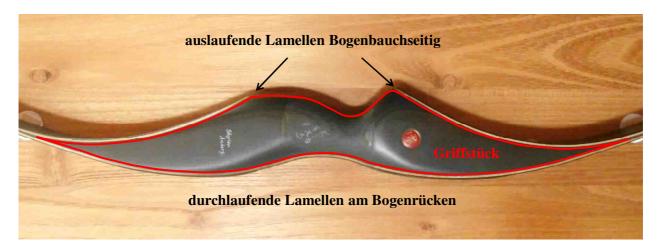


Abbildung 2-36: Verlauf der bauch- und rückenseitigen Lamellen im Griffbereich des Bogens

## 2-6.1 SCHADENSBILDER

Wie bereits erwähnt, sollen in diesem Abschnitt die aufgetretenen Schadensfälle erläutert werden. Für die Untersuchung bzw. spannungstechnische Analyse dieses Bogenmodells wurden vom Auftraggeber M. Kaufmann ursprünglich drei Bögen dieses Typs zur Verfügung gestellt, von denen zwei der Sportbögen bereits die im Gebrauchsfall entstandenen Schäden aufwiesen. In der Abbildung 2-37 sind die drei gelieferten Bögen zusehen, welche zur Unterscheidung als Bogen 01 bis 03 bezeichnet werden.



Abbildung 2-37: Übersichtsbild der drei vom Auftraggeber gelieferten Recurvebögen im unbespannten Zustand

Diese drei Sportbögen gehören allesamt zum Typ "Black Furious" und unterscheiden sich lediglich geringfügig in ihrer Länge und ihrem Zuggewicht, wie in der nachfolgenden Tabelle 2-1 angeführt.

Tabelle 2-1: Klassifizierungsparameter der Sportbögen 01 bis 03

Bogennummer:	Bogenlänge [Zoll]	Auszugslänge [Zoll]	Zuggewicht [lbs]
Bogen 01	62	28	38
Bogen 02	60	28	43
Bogen 03	60	28	37



Sowohl Bogen 01 als auch Bogen 02 erlitten während des Gebrauchs Schäden an der Rückenseite, was deren weitere Benutzung unmöglich machte. In Abbildung 2-38 und Abbildung 2-39 sind Detailausschnitte der beiden Recurvebögen mit den aufgetretenen Delaminierungserscheinungen der an der Bogenrückenseite laufenden Lamellen zu sehen. Das Versagen trat bei beiden Bögen jeweils in der Klebstoffschicht zwischen Griffstück und der innersten Lamellenlage auf, wobei den Schadensbildern nach zu urteilen davon auszugehen ist, dass die Überbelastung erstmalig an dem nach innen gerundeten Abschnitt des Griffes auftrat.



Abbildung 2-38: Delaminierungserscheinungen an der Rückenseite des Griffbereichs vom Bogen 02 [9]



Abbildung 2-39: vom Griffstück bis zu den Wurfarmen reichende Delaminierung im Bogen 01 [9]

# 2-6.2 URSACHENERGRÜNDUNG FÜR DAS VERSAGEN

Auf Basis der bereits gezeigten Schäden sollen nun theoretische Überlegungen folgen, mit deren Hilfe die Ursache für das Problem der Delaminierung im Bereich des Griffstücks erklärt werden kann. In Kapitel 2-5 wurde bereits auf, aus dem Bauingenieurswesen bekannte, Mechanismen eingegangen. Durch die Anwendung der, in diesem Forschungsbereich gewonnen Erkenntnisse, soll eine mechanisch sinnvolle Erklärung für das Delaminierungsproblem erarbeitet werden.

Ein Langbogen spiegelt das System zweier gekoppelter Kragträger, welche durch eine Einzellast am Kragarmende belastet sind, wider (siehe Abbildung 2-40). Durch die Art und Weise wie dieser Bogen, in dem gezeigten Zustand der Standhöhe, relativ zur Belastung gekrümmt ist, ergibt sich eine günstige Querdruckbeanspruchung in den Wurfarmen. Dahingegen ist der Griffbereich durch die gerade Form und hohe Biegesteifigkeit in Querrichtung bzw. Dickenrichtung nahezu unbelastet. Wird der Bogen ausgezogen, so erhöhen sich die Längsnormalspannungen im Bogen und mit ihnen auch die Querdruckspannungen. Was jedoch noch hinzukommt ist, dass sich die Wurfarme auf Grund ihrer relativ



geringen Biegesteifigkeit beim Auszug noch weiter krümmen, wodurch die günstig wirkende Querdruckbeanspruchung nochmals erhöht wird. Diese Umstände führen dazu, dass der Langbogen geometriebedingt sehr hohen Schubbeanspruchungen widerstehen kann.

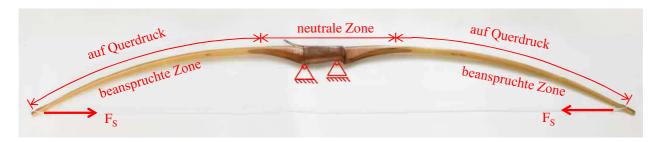


Abbildung 2-40: in Querrichtung beanspruchte Bereiche eines typischen Langbogens

Im Gegensatz dazu ist die Topologie beim betrachteten Recurvebogen, welcher in Abbildung 2-41 dargestellt ist, eine gänzlich andere. Durch die Reflexform der Wurfarme ergeben sich in deren Endbereichen Querzugbeanspruchungen. Diese Krümmungen werden zwar mit zunehmendem Auszug immer größer, was zur Folge hat, dass sich der Kraftanteil quer zur Faserrichtung verringert, doch gleichzeitig steigen auch die querzugverursachenden Längsnormalkräfte weiter an. Deswegen ist davon auszugehen, dass diese ungünstige Querzugbeanspruchung an den Wurfarmenden, während sämtlicher Belastungszustände, in etwa gleicher Höhe vorhanden ist. Einen weiteren querzugbeanspruchten Abschnitt stellt der nach innen gekrümmte Bogenrücken des Griffbereichs, in welchem auch die Delaminierungserscheinungen aufgetreten sind, dar.

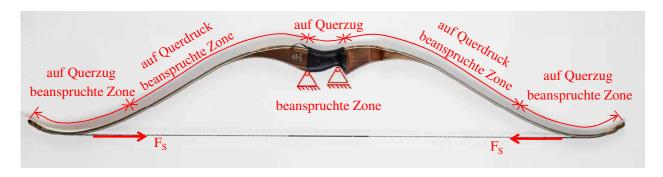


Abbildung 2-41: in Querrichtung beanspruchte Bereiche des betrachteten Recurvebogens "Black Furious"

Die in diesem Bereich einwirkenden Schnittkräfte sind zum besseren Verständnis in Abbildung 2-42 dargestellt. Das jeweils aus der Sehnenkraft resultierende Biegemoment kann dabei in ein Kräftepaar, bestehend aus einer Zug- und einer Druckkraft, zerlegt werden. Dadurch, dass der unmittelbare Griffbereich an der auf Zug belasteten Seite nach innen gekrümmt ist, ergibt sich hier eine abhebende Kraftkomponente, welche zu Querzugbeanspruchugen im Bauteil führt. Anders als bei den Wurfarmenden verändert sich bedingt durch die hohe Biegesteifigkeit des Griffstücks die Krümmung nicht, während die Biegemomente und infolge dessen die Längsnormalkräfte mit zunehmendem Auszug, weiter ansteigen. Die nach innen geschwungene Griffform in Kombination mit der Art der zugseitigen Lamellenführung verursacht also nach theoretischen Überlegungen einen spannungstechnisch äußerst ungünstigen Fall.



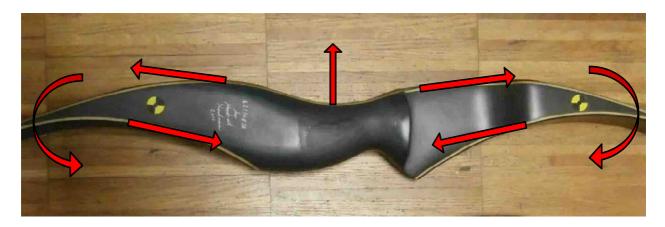


Abbildung 2-42: Querzugbeanspruchung im Griffbereich des betrachteten Sportbogens nach [9]

In weiterer Folge werden Rechenmodelle generiert und praktische Versuche durchgeführt, um festzustellen, welchen Beanspruchungen der Bogen konkret ausgesetzt ist und wie hoch die Festigkeiten der im Verbund wirkenden Materialien inklusive des verwendeten Klebstoffes ausfallen. Wie bereits von Baumann und Schickhofer [9] beschrieben, lassen sich die Versagensumstände sehr gut am Bogen 01 und 02 studieren und nachvollziehen. Um entsprechende Belastungstests am ganzen Objekt durchzuführen, braucht es den noch intakten Bogen 03. Darum beziehen sich die nachfolgenden statischen und dynamischen Ganzbogenversuche sowie auch die zugehörigen Rechenmodelle auf den Bogen 03. Auf Grund der Tatsache, dass die Bauart aller drei Bögen gleich ist, kann angenommen werden, dass auch die qualitativen Eigenschaften nahezu ident sind und sich nur im quantitativen Bereich geringe Unterschiede zwischen den Bögen ergeben. Folglich können auch die bereits beschädigten Bögen 01 und 02 für lokale Betrachtungen bzw. Versuche an einzelnen Abschnitten herangezogen werden.

Die material- und geometriebezogenen Analysen des Bogens sowie die Beschreibung der Prüfungen und praktischen Versuche werden im anschließenden Kapitel behandelt.



# KAPITEL 3: MATERIALIEN & METHODEN

## 3-1 DER KOMPOSITAUFBAU DES BOGENS

In diesem Kapitel wird auf die materialmäßige Zusammensetzung des betrachteten Sportbogens, welcher in Kompositbauweise gefertigt ist, näher eingegangen. Wie bereits in 2-4 erwähnt, ist der heutige Sportbogenbau stark vom Einsatz faserverstärkter Kunststoffe geprägt, wobei diese in vielen Fällen mit Holzwerkstoffen ergänzt werden. Gleiches ist auch beim betrachteten Recurvebogen der Fall, dessen Bestandteile in Abbildung 3-1 veranschaulicht sind. Die eingesetzten Kohlefaserwerkstoffe werden auf Grund der Produktbezeichnungen, in den folgenden Ausführungen als Carbonfaserwerkstoffe bezeichnet.



Abbildung 3-1: Schichtaufbau der Wurfarme (links) und Griffmaterial des Bogens (rechts)

Der auf Zug beanspruchte Bogenrücken wird durch eine Schicht Carbonfaserlaminat gebildet, während bauchseitig, an der auf Druck beanspruchten Randzone, Glasfaserlaminat zum Einsatz kommt. Sowohl das Carbon- als auch das Glasfaserlaminat sind, wie aus den Datenblättern [1] und [2] hervorgeht unidirektional aufgebaut, was bedeutet, dass die in der Kunstoffmatrix eingebetteten Fasern allesamt in Längsrichtung orientiert sind. Im Bereich des Wurfarmes werden diese beiden faserverstärkten Kunststofflaminate durch mehrere Schichten, welche sich aus zwei Bambuslamellen und einem mittig angeordneten Carbonfasergewebe zusammensetzen, auf Abstand gehalten. Das verwendete Gewebe ist bidirektional aufgebaut und weist Faserorientierungen von 0° und 90° auf, wobei die Fasern anteilsmäßig jeweils zu gleichen Teilen in beide Richtungen angeordnet sind. Die eingesetzten Bambuslamellen setzen sich aus vielen kleinen rund 2 mm dicken und 6 mm breiten Bambusstreifen zusammen, die jeweils schmalseitig zu einschichtigen orthotropen Patten verklebt sind. Im Übergangsbereich vom Wurfarm zum Griffstück trennen sich, wie in 2-6 beschrieben, die druckseitigen und zugseitigen Lagen voneinander. Dabei laufen das Glasfaserlaminat und eine Bambuslamelle an der Bauchseite des Griffstücks weiter, während das Carbonfasergewebe zusammen mit der zweiten Bambuslamelle und



Carbonfaserlaminat rückenseitig vom Griffholz angeordnet sind. Das Griffstück selbst besteht aus Kunstharzpressholz, ein Werkstoff welcher sich aus vielen dünnen, in Phenolharz getränkten Buchenfurnierlagen zusammensetzt. Diese Furniere werden, wie von Haller et. al. [31] beschrieben, bei Temperaturen von rund 100 °C bis 150 °C und Drücken zwischen 20 N/mm² und 30 N/mm² verpresst. Das dadurch entstehende Produkt weist, bedingt durch die mechanische und thermische Umformung sowie den relativ hohen Klebstoffanteil, eine rund doppelt so hohe Rohdichte auf als das aus Buchenholz bestehende Ausgangsprodukt. Bei dem hier verwendeten Produkt sind sämtliche Furnierlagen nur in eine Richtung orientiert, weshalb auch das Griffstück einen unidirektionalen Bauteil darstellt. In der nachfolgenden Tabelle 3-1 sind die Lagendicken sowie die wesentlichsten Materialsteifigkeiten dieser im Bogen interagierenden Werkstoffe aufgelistet.

Tabelle 3-1: Schichtaufbau im Griffbereich des Bogens mit den zugehörigen Materialsteifigkeiten nach [9]

Schichtaufbau vom Bogenrücken zum Bogenbauch:	Lagendicke [mm]	${ m E_{0,mean}} \ [{ m N/mm}^2]$	${ m E_{90,mean}} \ [{ m N/mm}^2]$	$G_{0,mean}$ [N/mm <sup>2</sup> ]
Carbonfaserlaminat GC-70-UCL	0,60	151690 <sup>[1]</sup>	9650 [1]	5800 [3]
Bambuslamelle	1,20 - 2,00*	8612 [5]	1295 [5]	410 [4]
Carbonfasergewebe (bidirektional)	0,45	75840 [1]	75840 [1]	5800 <sup>[3]</sup>
Griffstück (unidirektional)	0,00 - 70,00*	17600 [30]	890 [30]	770 [30]
Bambuslamelle	1,20 - 2,00*	8612 [5]	1295 [5]	410 <sup>[4]</sup>
Glasfaserlaminat GC-70-UL	1,00	41370 [2]	10340 [2]	4480 [2]

<sup>\*</sup>Alle drei Bögen weisen denselben Schichtaufbau auf, wobei die Dicke einzelner Lagen und somit auch das Zuggewicht geringfügig variieren.

Die aufgelisteten Schichten sind allesamt mit einem 2-Komponenten Epoxidharzkleber mit der Bezeichnung EA-40 zusammengefügt (siehe [32]). Dabei ergibt sich eine Gesamtklebstoffstärke von rund 0,15 mm, für alle fünf Klebefugen. Auf Grund dieser geringen Schichtstärken sind die Fügungen als relativ schubstarr anzusehen. Der E-Modul des Epoxidharzes ist im Datenblatt [32] mit rund 1000 N/mm<sup>2</sup> beziffert, wobei dieser Wert in Abhängigkeit der Beanspruchung und des Mischungsverhältnisses variiert. Die Materialkennwerte des Carbon- und Glasfaserlaminats entstammen den Datenblättern [1] und [2], wobei für die Schubsteifigkeit der Carbonlamelle näherungsweise ein Kennwert verwendet wird, welcher aus Untersuchungen von Cho et. al. [3] stammt. Für das Carbonfasergewebe konnten keine Angaben gefunden werden, weshalb für die nachfolgenden Berechnungen modifizierte Werte des Carbonfaserlaminats heranzuziehen sind. Durch die in Längs- und Querrichtung gleichmäßig verteilte Faseranordnung wird angenommen, dass das Gewebe in beide Richtungen den halben, längs zur Faser angegebenen E-Modul von dem des Laminats aufweist. Auch von den verwendeten Bambuslamellen konnten keine Herstellerangaben ausfindig gemacht werden, weshalb die Werte, welche den in Archila et. al. [4] und Sharma et. al. [5] durchgeführten Prüfungen entstammen, Anwendung finden. Für das aus Kunstharzpressholz bestehende Griffstück gibt es zwar ein technisches Datenblatt (siehe [19]), jedoch sind bei den angegebenen mechanischen Kennwerten einige, für die Berechnung, relevante Materialsteifigkeitskennwerte nicht vorhanden. Daher werden die Daten eines Furnierschichtholzproduktes verwendet, an welchem bereits umfangreiche Untersuchungen durchgeführt worden sind. Die hier gemeinte BauBuche, deren Materialkennwerte Grabner und Schickhofer [30] anführen, weist zwar geringere Materialfestigkeiten und -steifigkeiten auf, als das im Griffbereich des



Sportbogens verwendete Kunstharzpressholz, jedoch können konservativerweise diese Werte zur FE-Studie herangezogen werden.

## 3-2 GEOMETRIEERFASSUNG DES BOGENS

Der einachsig, in unterschiedlichen Radien gekrümmte, laminare Aufbau der Wurfarme in Kombination mit dem aufwändig von Hand herausgearbeiteten Griffstück führen zu einer sehr komplexen Freiformoberfläche des Sportbogens. Aus diesem Grund ist eine manuelle Vermessung mit Maßband und Schiebelehre zur Erfassung der Bogengeometrie nicht zielführend. Abhilfe für diese Problemstellung schafft die 3D-Laserscantechnik. Mit dem in Abbildung 3-2 gezeigten Romer–Messarm ließ sich die Geometrie des unbespannten und unbeschädigten Bogens 03 mit einer Messgenauigkeit, welche im hundertstel Millimeterbereich (± 0,01 mm) liegt, erfassen. Durch die matt gräulich-schwarze Oberfläche dieses individuell gestalteten Bogens, kam es auch zu keinen Reflexionserscheinungen, wie es beispielsweise bei hochglänzenden Lacken der Fall ist. Dadurch konnte die vorhandene Bogengeometrie auch ohne vorherige Oberflächenbehandlung genau erfasst werden.





Abbildung 3-2: Erfassung der Bogengeometrie mit Hilfe des schwenkbaren Arms vom 3D-Laserscanner

Parallel zur Abtastung der Oberfläche entstand an einem, mit dem Messarm verbundenem Rechner eine grafische Visualisierung der Punktwolke, wodurch der Ablauf des Scanvorganges optisch unterstützt wurde. Für die Erfassung der gesamten Bogenoberfläche ergab sich eine Struktur, welche aus rund 4,3 Millionen Punkten bestand. Im nächsten Schritt musste die, auf diesem Wege erhaltene Punktwolke in ein Oberflächenmodell umgewandelt werden. Die dazu notwendige Flächenrückführung erfolgte mit dem Softwarepaket Geomatic Studio 2014, welches in der Lage war, die einzelnen Knoten der Punktwolke vollautomatisch zu Dreiecksflächen zu vernetzen. Lediglich die, in Abbildung 3-2 zu sehenden, teilweise mitgescannten Auflagerpunkte des Sportbogens sowie lokal durch unsaubere Vernetzung entstandene Oberflächenrauheiten mussten manuell entfernt bzw. nachbearbeitet werden. Insgesamt bestand das auf diesem Wege generierte Modell des Bogens aus etwa 2,5 Millionen Einzelflächen. Eine Gegenüberstellung der gescannten Punktwolke mit dem flächenrückgeführten Oberflächenmodell ist in Abbildung 3-3 am Beispiel eines Wurfarmausschnitts dargestellt.



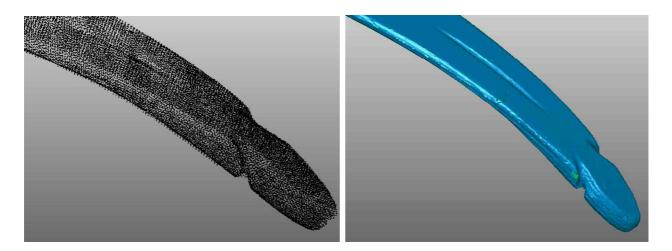


Abbildung 3-3: Wurfarmausschnitt der erzeugten Punktwolke (links) und der daraus rückgeführten Flächen (rechts) nach [9]

Ein Modell der Oberfläche, welches sich aus 2,5 Millionen Einzelflächen zusammensetzt, würde jedoch eine viel zu große Datenmenge für die weitere Verwendung in FE-Programmen ergeben, weshalb in einem weiteren Bearbeitungsschritt die Datenmenge noch erheblich reduziert werden musste. Zu diesem Zweck wurde auf ein weiteres Softwarepaket mit dem Namen VISI 2016 R1 zurückgegriffen. Das aus dem Geomatic Studio importierte Oberflächenmodell diente dabei als räumliche Vorlage für die Generierung vereinfachter dreidimensionaler Drahtgitter. Mit diesen wurde die gescannte Oberfläche in unterschiedlichen Detaillierungsgraden angenähert. In der Abbildung 3-4 sind das halbseitig eingeblendete Oberflächenmodell sowie das darüber laufende Drahtgitter dargestellt. Dieses von der Datenmenge relativ kleine Drahtmodell des Bogens bildet die Basis für das Rechenmodell bzw. alle weiteren Berechnungsschritte.

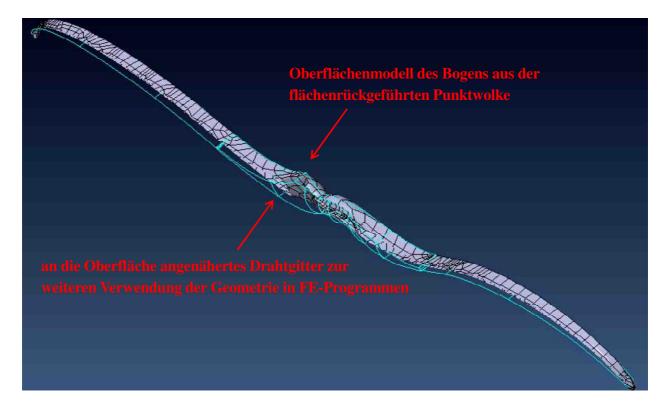


Abbildung 3-4: Oberflächen- und Drahtgittermodell des gesamten Bogens



# 3-3 KLEBSTOFFPRÜFUNGEN

Die in Kapitel 2-6 angeführten Schadensfälle von Bogen 01 und 02 geben durch die Art des Bruchbildes bereits Hinweise darauf, welche Komponente des Kompositaufbaus in den vorliegenden Fällen versagt hat. Bei beiden Bögen ereignete sich der Bruch in der Klebstoffschicht zwischen dem Carbonfasergewebe und dem aus Kunstharzpressholz bestehenden, nach innen gerundeten Bereich des Griffes, weshalb in diesem Kapitel näher auf die Eigenschaften des Klebstoffes und dessen Prüfmethoden eingegangen wird. Laut Aussage des Auftraggebers traten diese Versagensfälle am ehesten an heißen Sommertagen auf, weshalb bei diesen Prüfungen auch die Höhe der thermischen Beanspruchung eine wesentliche Randbedingung darstellt. Wie bereits in 3-1 erwähnt, wird für die Verklebung sämtlicher Lamellen das zweikomponentige Epoxidharz EA-40, welches relativ häufig im Bogenbau zum Einsatz kommt, verwendet. Zwar existieren für dieses Harz die im Produktenblatt [32] angeführten Schubfestigkeitswerte, welche an flächigen Verbindungen von Stahl und Aluminiumblechen ermittelt wurden, jedoch fehlen Kenngrößen für Verklebungen der im betrachteten Bogenmodell eingesetzten Materialien.

Aus diesem Grund wurden im Zuge dieser Arbeit an diversen Kleinproben Klebstoffprüfungen durchgeführt, um in Abhängigkeit der Belastungsart festzustellen, welche Leistungsfähigkeit der Klebstoff in Kombination mit den jeweiligen Fügeteilen aufweist. Konkret wurden hierbei Zugscherversuche und Querzugversuche von Schichtaufbauten durchgeführt, welche in der jeweiligen Anordnung einen Teilbereich des laminaren Aufbaus vom Bogen widerspiegeln. Hierbei soll festgestellt werden, ob der Klebstoff eine unzureichende Festigkeit für die, in diesem Bogenmodell auftretenden Spannungen aufweist oder die Beanspruchbarkeit der Fügeteile zuvor überschritten wird. Sowohl beim Querzugversuch als auch bei der Zugscherprüfung kamen unterschiedliche Verarbeitungsvarianten des EA-40 zum Einsatz, welche sich hinsichtlich der thermischen Nachbehandlung unterschieden. Während die vom Auftraggeber für Versuchszwecke bereitgestellten Bögen 01 bis 03 allesamt bei rund 20 °C verklebt und ausgehärtet wurden, ist die Fertigung mittlerweile dahingehend umgestellt worden, dass der bei Raumtemperatur aufgetragene Klebstoff, im Zeitraum des Abbindevorganges, einer Temperatur von etwa 70 °C ausgesetzt wird. Diese vom Klebstoffhersteller [32] gegebene Empfehlung der thermischen Nachbehandlung soll für eine Erhöhung der Festigkeitswerte sowie Wärmeformbeständigkeit sorgen. Um diesen positiven, verarbeitungsbedingten Effekt zu verifizieren, erfolgten Prüfserien mit Probekörpern, welche jeweils bei 20 °C und 70 °C gefertigt wurden. Im Gegensatz zu den thermischen Beanspruchungen, war der Feuchteeinfluss nur von untergeordneter Bedeutung und wurde bei keinem der Proben näher betrachtet. Dies liegt zum einen daran, dass die Hälfte der im Bogen verwendeten Materialien faserverstärkte Kunststoffe sind, welche von Feuchteänderungen unbeeinflusst bleiben. Zum anderen sind die im Bogen eingesetzten Holzwerkstoffe mit einem hohen Klebstoffanteil versehen, wodurch anzunehmen ist, dass der Feuchteaustausch zwischen diesen Materialien und der Umgebung als vernachlässigbar gering angesehen werden kann. Das vom Hersteller [32] empfohlene Mischungsverhältnis des Epoxidharzes für bogenbautechnische Anwendungen, blieb dabei für sämtliche Proben mit zwei Teilen Harz und einem Teil Härter gleich.

## 3-3.1 ZUGSCHERVERSUCHE

In Anlehnung an die ÖNORM EN 302-1: 2013 [27] erfolgte die Ausarbeitung von möglichen Prüfkonfigurationen für Zugscherversuche, wobei hinsichtlich Geometrie und Materialien bewusst Abweichungen von den Vorgaben der Norm eingegangen worden sind. Der Grund für diese Entscheidung war, dass das zu prüfende Epoxidharz möglichst realitätsnah an den im Bogen verwendeten Materialien mit den jeweilig vorherrschenden Abmessungen auf Schubbeanspruchung getestet werden sollte.



## 3-3.1.1 Einschnittige Verbindungen / Vorversuche

Wie bereits beschrieben, stellen die rückenseitig am Griffstück aufgeklebten Lamellen eine mögliche Schwachstelle im Bogen dar. Bedingt durch diesen Umstand wurde der in Abbildung 3-5 dargestellte Probekörper konzipiert, welcher das Griffstück des Bogens mit den zugseitig laufenden Schichten widerspiegeln sollte. Genau genommen handelt es sich bei dieser Prüfkonfiguration nicht um eine einschnittige Verbindung, da die Schichten des aufgebrachten Lamellenpakets wiederum über einzelne Klebefugen zusammengehalten werden. Unter der Annahme, dass sich das Lamellenpaket wie ein einzelner Fügeteil in Kompositbauweise verhält und dem sich aus der Asymmetrie ergebende Kraftfluss kann hier jedoch von einer Einschnittigkeit der Verbindung gesprochen werden. Auf Grund der geometriebedingten Eigenheiten und den daraus resultierenden, in Kaptiel 5 angeführten spannungstechnischen Auswirkungen, welche dieser Verbindungstyp mit sich bringt, wurde nach den durchgeführten Vorversuchen ein symmetrisches Prüfkonzept entwickelt. Da sowohl die Herstellung als auch der Prüfaufbau für beide Verbindungstypen nahezu ident sind, erfolgt die Beschreibung dieser Vorgänge stellvertretend nur im Zuge der Ausführungen der zweischnittigen Variante.

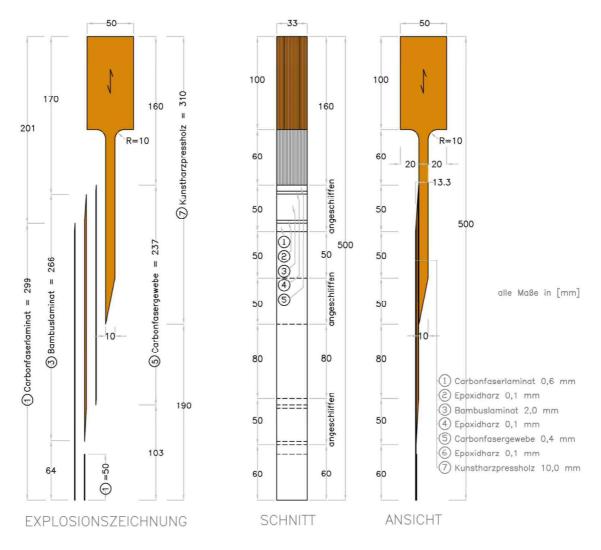


Abbildung 3-5: Darstellung eines einschnittigen Zugscherprobekörpers

In der nachfolgenden Tabelle 3-2 sind die Eckdaten der einschnittigen Versuchskonfiguration angeführt.



Tabelle 3-2:	Eckdaten d	ler einscl	nnittigen '	Versuchsk	konfiguration
i abene 5 2.	Denuation a	ci ciiisci	mungen	Cibucitai	wijizarawi

Prüfserie:	Aushärte-	Prüf-	Anzahl der	Anzahl der
	temperatur	temperatur	Probekörper	Scherfugen
	[°C]	[°C]	[-]	[-]
VV	20	20	3	1

## 3-3.1.2 Zweischnittige Verbindungen

Diese Konfiguration stellt eine symmetrische Variante der gerade vorgestellten einschnittigen Verbindung dar. Diese Symmetrie ließ sich durch eine Spiegelung des Aufbaus erzielen, was eine Verdopplung der Lagenanzahl zur Folge hat. Dadurch ist das anfänglich an der Außenseite des Schichtenpakets gelegene Carbonfaserlaminat in die Mitte gerückt, was in weiterer Folge eine zentrische Krafteinleitung ermöglichte. Um die einzelne Carbonfaserlamellen beim Klemmen nicht zu überlasten und somit einen Bruch in der Einspannstelle zu provozieren, wurde diese lokal mit zwei seitlich angeordneten Carbonfasergeweben verstärkt. Zusätzlich musste das aus Kunstharzpressholz bestehende Fügeteil zur Aufnahme der Lamellen geschlitzt werden, wie aus Abbildung 3-6 hervorgeht. Ähnlich zur vorherigen Variante wird auch hier, trotz der vielen Klebefugen, nicht von einer sechsschnittigen Verbindung gesprochen, sondern geometriebedingt von einer zweischnittigen Wirkungsweise.

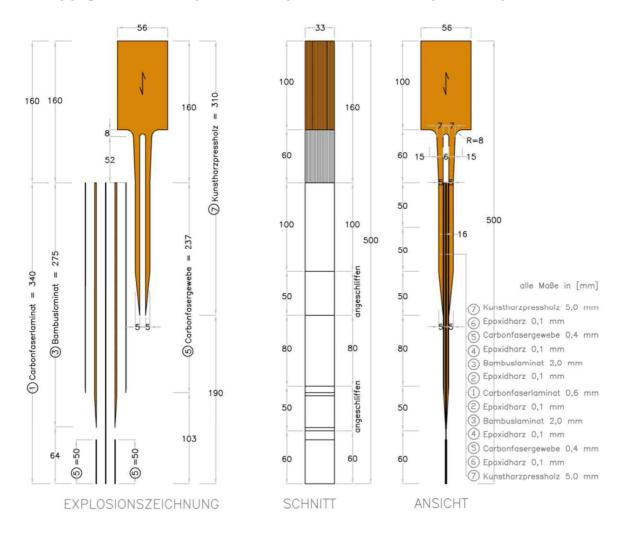


Abbildung 3-6: Darstellung eines zweischnittigen Zugscherprobekörpers



## **Probekörperfertigung**

Die Herstellung dieser Probekörper erfolgte in der Werkstatt des Auftraggebers. Der Kunstharzpressholzblock, welcher das Griffstück darstellt, wurde in der entsprechenden Geometrie mit Hilfe des Softwarepakets Rhinoceros 5.0 modelliert und anschließend mittels einer CNC-Fräse herausgearbeitet. Der Fräsvorgang sowie die fertig geformten Fügeteile inklusive der bereitgestellten Carbon- und Bambuslamellen sind in Abbildung 3-7 veranschaulicht.



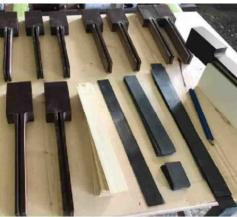


Abbildung 3-7: fräsen des Kunstharzpressholzblocks (links) und zum Verkleben vorbereitete Fügeteile (rechts)

Die auf entsprechende Länge zugeschnittenen Lamellen wurden anschließend mit Druckluft entstaubt und mit Aceton gesäubert. Anschließend erfolgte die Verklebung der einzelnen Fügeteile mit dem bereits vorgestellten Epoxidharz EA-40. Der zu diesem Zweck notwendige Pressdruck konnte durch den Einsatz einer straff um Pressform und Pressgut gezogenen Wickelfolie auf den Probekörper aufgebracht werden. Diese weist zusätzlich den Vorteil auf, dass ein Verschmutzen der Pressform durch austretenden Klebstoff, verhindert wird. Ausschnitte der unmittelbar verklebten Fügeteile sind in der nachfolgenden Abbildung 3-8 veranschaulicht.



Abbildung 3-8: zusammengeklebter Probekörper (oben) und Probekörper auf abgetreppter Pressform (unten)



Die Aushärtung der so zusammengefügten Materialien geschah in Abhängigkeit der Prüfkonfiguration. Während eine Variante bei einer Temperatur von 20 °C und über eine Zeitdauer von 24 Stunden aushärtete, waren es bei der zweiten Konfiguration nur rund sechs Stunden bei einer Temperatur von ca. 70 °C. Zu diesem Zweck kamen Heizstrahler zum Einsatz, wobei die am Probekörper vorherrschende Oberflächentemperatur mittels eines Thermometers überwacht wurde, wie aus der Abbildung 3-9 hervorgeht. Eine derartige Kontrolle der Temperatur ist immer mit gewissen Unsicherheiten verbunden, da zum einen nur die Oberflächentemperatur, nicht aber die Kerntemperatur gemessen wird und zum anderen der angezeigte Wert in Abhängigkeit der vorhandenen Materialoberflächen trotz gleicher Temperaturen in den Schichten variieren kann.





Abbildung 3-9: aushärten der Probekörper bei Raumtemperatur (links) und unter Einsatz eines Heizstrahlers bei rund 70 °C (rechts)

Es ergaben sich somit zwei unterschiedliche Prüfkonfiguration die sich hinsichtlich dem Aushärteverfahren des Klebstoffs unterschieden. Diese Varianten sind in der untenstehenden Tabelle 3-3 zusammengefasst.

Tabelle 3-3: Eckdaten der zweischnittigen Versuchskonfiguration

Prüfserie	Aushärte- temperatur [°C]	Prüf- temperatur [°C]	Anzahl der Probekörper [-]	Anzahl der Scherfugen [-]
ZS-20	20	20	5	2
ZS-70	70	20	5	2

## **Prüfaufbau**

An dieser Stelle soll der Prüfaubau stellvertretend für die ein- und zweischnittigen Verbindungen erklärt werden. Die zur Veranschaulichung dargebrachten Grafiken beziehen sich dabei auf Prüfdurchführungen der zweischnittigen Variante. Die Zugscherprüfungen erfolgten im Sinne einer Push-Pull-Konfiguration und wurden an einer Universalprüfmaschnine der Firma Zwick durchgeführt (siehe Abbildung 3-10). Bei dieser Anordnung geschah die Aufbringung der Zugkraft über Klemmbacken, deren Klemmdruck in Abhängigkeit der zu erwartenden Zugkraft geregelt werden konnte. Am anderen Ende der Probe befand sich eine mit einer Öffnung versehene Stahlplatte gegen die der Prüfkörper bei Aufbringung der Kraft gepresst wurde. Dass ist auch der Grund, warum die Proben an diesem Ende eine derart blockartige Form benötigten. Einerseits mussten sie breit genug sein, um eine gewisse Anpressfläche zur Stahlplatte zu gewährleisten; andererseits brauchte es auch eine gewisse Länge in Faserrichtung, damit es zu keinem



Schubversagen im Kunstharzpressholz kommen konnte. Bei der einschnittigen Prüfkonfiguration waren bedingt durch die schmalere Bauweise zusätzliche Futterbleche unter der gezeigten Stahlplatte erforderlich, was dazu führte, dass die Breite der Öffnung sich verringerte und die Anpressfläche der Zugscherprobe eine ausreichende Größe aufwies. Die Hauptmotivation für die Anwendung der Push-Pull-Variante gegenüber der Pull-Pull-Konfiguration war, dass die mögliche Klemmbackenöffnung der verfügbaren Prüfköpfe nicht ausreichte, um das, auf die Erfordernisse der Prüfkonfiguration dimensionierte, Kunstharzpressholz zu klemmen. Des Weiteren war durch die Anwendung der Pull-Pull-Variante ein Ausrichten der Probe in der Anfangsphase der Lastaufbringung möglich, wodurch eine nahezu planmäßige Zugbeanspruchung ohne zusätzliche Biegemomenteneinwirkung gewährleistet worden ist. Praktisch war auch bei den zweischnittigen Verbindungen kein vollkommen symmetrischer Kraftfluss möglich, da durch fertigungsbedingte Toleranzen im Zehntelmillimeterbereich immer eine Seite des aus Kunstharzpressholz bestehenden Körpers geringfügig dicker und somit steifer ausfiel. Damit sich der Bruch dieses weggesteuerten Versuchs nach rund 90 Sekunden ereignete, wurde für die einschnittigen Probekörper eine Belastungsgeschwindigkeit von 1 mm/min gewählt und bei den zweischnittigen 1,5 mm/min. Vorlasten wurden hierbei nicht definiert.

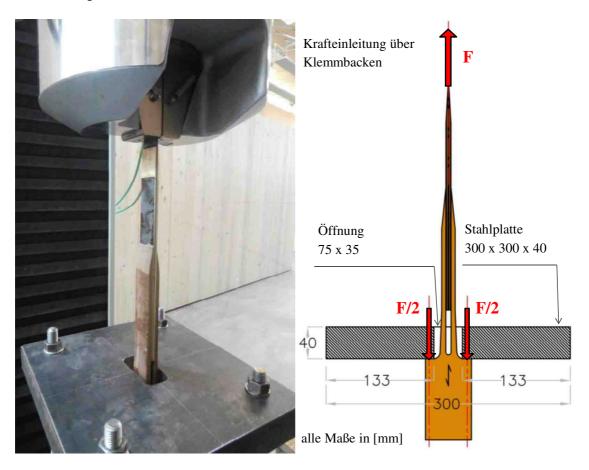


Abbildung 3-10: Anwendung der Push-Pull-Prüfkonfiguration am Beispiel einer zweischnittigen Probe

#### 3-3.2 QUERZUGVERSUCHE

Wie bereits in 2-6 ausführlich argumentiert, stellen die quer zur Klebefläche wirkenden Zugspannungen neben Schub eine wesentliche auf den Klebstoff einwirkende Beanspruchung dar. Daher wurden ähnlich zu den bereits vorgestellten Zugscherversuchen, Prüfkonfiguration zur Ermittlung der Querzugfestigkeit des Klebstoffes unter verschiedenen Randbedingungen ausgearbeitet. Die Herstellung und Prüfung der



Probekörper geschah hierbei in Anlehnung an die ÖNORM EN 302-3: 2015 [25], wobei auch in diesem Fall Anpassungen an die materialbedingten Gegebenheiten des vorliegenden Sportbogenmodells vorgenommen werden mussten.

## 3-3.2.1 Prüfgeometrie 1

Wie bereits zuvor bei den Zugscherprobekörpern sollte auch hier der rückenseitig des Griffstücks gelegene Übergangsbereich zu den Lamellen durch einen Kleinprobekörper abgebildet werden. Zu diesem Zweck erfolgte die Konzipierung eines Prüfkörpers bestehend aus zwei Kunstharzpressholzblöcken mit einem dazwischenliegenden Carbonfasergewebe, welches die zum Griffholz angrenzende, erste Lamellenlage darstellt (siehe Abbildung 3-11). Demnach stand bei dieser Überprüfung die zum Griffstück angrenzende Klebefuge im Fokus der Betrachtung.

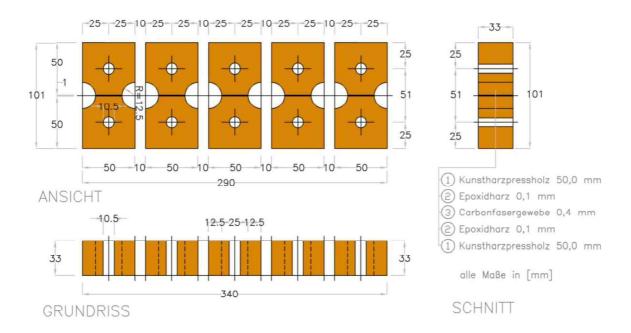


Abbildung 3-11: Darstellung der Querzugprobekörper nach der Prüfgeometrie 1

Auch bei den Querzugprobekörpern kamen zwei unterschiedliche Prüfgeometrien zur Anwendung, weil sich Annahmen hinsichtlich der Materialfestigkeiten als nicht zutreffend erwiesen (siehe Kapitel 5). Probengeometrie 1 und 2 unterscheiden sich geringfügig in den Abmessungen. Daher sind die Erklärungen zur Herstellung der Probekörper sowie des Prüfaufbaus ebenfalls nur einmal im Zuge der Ausführungen zur Prüfgeometrie 1 angegeben.

#### Probekörperfertigung

Im Gegensatz zu den Probekörpern der Zugscherversuche, bei denen zuvor die einzelnen Komponenten herausgefräst bzw. zugeschnitten worden sind und die Verklebung der einzelnen Materialien den letzten Schritt der Fertigung darstellte, war das Herstellungsprinzip bei den Querzugprobekörpern genau umgekehrt. In Anlehnung an die ÖNORM EN 302-3: 2015 [25] wurden zuerst sämtliche Bestandteile, darunter Kunstharzpressholz und Carbonfasergewebe, unter Verwendung des bereits genannten Epoxidharzes EA-40, zu einem wie in Abbildung 3-12 dargestellten Block verklebt. Der Anpressdruck wurde einerseits über die bereits zuvor erwähnte Wickelfolie, als auch über Schraubzwingen aufgebracht.







Abbildung 3-12: verklebter Kompositblock zum Herausfräsen der Querzugproben

Wie bereits zuvor bei den Zugscherprobekörpern, wurden auch bei den Querzugproben zwei unterschiedliche Aushärtetemperaturen, nämlich 20 °C und 70 °C, angewendet (siehe Tabelle 3-4). Bedingt durch die Mittellage aus Carbonfasergewebe, zur möglichst exakten Abbildung der tatsächlichen Oberflächengegebenheiten angrenzender Fügepartner im Sportbogen, ergaben sich, im Gegensatz zur prüftechnischen Vorgabe laut ÖNORM EN 302-3: 2015 [25], zwei Klebefugen in der Probe.

Tabelle 3-4: Eckdaten der Versuchskonfiguration von Prüfgeometrie 1

Prüfserie:	Aushärte- temperatur [°C]	temperatur temperatur		Anzahl der Klebefugen [-]
QZ-20	20	20	5	2
QZ-70	70	20	5	2

Die Modellierung der Probekörpergeometrie, für die Generierung der Fräsdatei erfolgte wiederum mit dem Softwarepaket Rhinoceros 5.0. Mit dem Durchlauf der in Abbildung 3-13 gezeigten Frässimulation konnten vorab Fehler in der Eingabe erkannt und vor der Durchführung des eigentlichen Fräsvorganges korrigiert werden. Anschließend wurde der ausgehärtete Kompositblock am Frästisch fixiert, der Koordinatenursprung des Bohrkopfes in Abstimmung auf das Werkstück eingestellt und die Querzugproben aus dem Block mit der CNC-Fräsmaschine herausgefräst. Auf diesem Wege konnten je Block fünf Querzugprobekörper erzeugt werden.

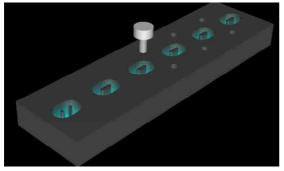




Abbildung 3-13: Simulation des Fräsvorganges (links) und Ausfräsen der Probekörper (rechts)



## **Prüfaufbau**

Anders als bei den Zugscherprüfungen, welche in einer Push-Pull-Konfiguration geprüft wurden, ist das Prüfkonzept der Querzugproben die Pull-Pull-Konfiguration. Diese Methodik ist dadurch gekennzeichnet, dass an beiden Enden der Probe gezogen wird. Die Art und Weise, wie die Aufbringung der Zugkraft am Prüfkörper erfolgt, ist in der ÖNORM EN 302-3: 2015 [25] angeführt. Bei den durchgeführten Versuchen, wurden jedoch diesbezüglich Abweichungen von den Vorgaben der Norm eingegangen. Dies lag zum einen daran, dass die laut Norm vorgegebenen Formstücke nicht verfügbar waren und zum anderen an den wesentlich höheren Festigkeitskennwerten von Kunstharzpressholz gegenüber den meisten anderen Holzwerkstoffen, wodurch sich alternative Prüfvarianten ergaben. Für die Einleitung der Zugkräfte in den Probekörper wurden diese mit jeweils zwei zentrisch übereinander liegenden Bohrungen versehen (siehe Abbildung 3-11 und Abbildung 3-15). Diese Öffnungen dienten zur Aufnahme von Stabdübeln mit deren Hilfe die aufgebrachten Zugkräfte in die Querzugprobe eingeleitet werden konnten. Der Prüfaufbau für den Querzugversuch ist in Abbildung 3-14 anhand von Übersichts- und Detailaufnahmen sowie ergänzenden Darstellungen erklärt und erfolgte an der Universalprüfmaschine der Firma Zwick.

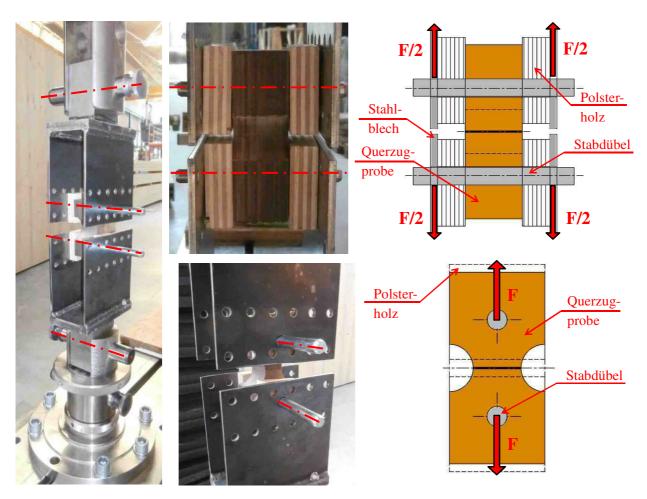


Abbildung 3-14: Prüfaufbau der Querzugversuche

Die Art der Lasteinleitung entsprach hierbei einer zweischnittigen-Holz-Stahlblechverbindung mit außenliegenden dünnen Stahlblechen. Da die vorhandenen Stahlformstücke für größere Querschnittsdimensionen konzipiert waren, wurden zwischen den Stahlblechen und dem Probekörper



Polsterhölzer angeordnet. Die in Abbildung 3-14 eingezeichneten roten, strichpunktierten Linien stellen jeweils die Kippachsen dar, um welche eine freie Rotation möglich ist. Durch den so konzipierten Prüfaufbau wurde eine möglichst zentrische Belastung ohne etwaige Biegemomenteinflüsse auf die zu testenden Klebefugen gewährleistet. Wie bereits bei den Zugscherproben wurde auch für diese weggesteuerte Prüfkonfiguration ein Eintreten des Bruchs nach etwa 90 Sekunden angestrebt, was eine Belastungsgeschwindigkeit von 1,2 mm/min ergab. Die definierte Vorlast von 100 N wurde mit einer Vorlastgeschwindigkeit von 5 mm/min aufgebracht. Da in der Regel ein Herantasten an die Prüfeinstellungen notwendig ist, unterscheiden sich die Werte der ersten Versuche von den eben bezifferten Randbedingungen. Gleiches gilt für die Zuordnung der eingesetzten Stabdübel zu den entsprechenden Probekörpern. Eine individuelle Angabe der erhaltenen Bruchlasten sowie der wesentlichsten Randbedingungen ist in der Bruchbildauflistung im Anhang B für die einzelnen Proben angeführt.

## 3-3.2.2 Prüfgeometrie 2

Im Gegensatz zur Prüfgeometrie 1 weist die in Abbildung 3-15 dargestellte Prüfgeometrie 2 eine kleinere Klebefläche, eine größere Probekörperbreite sowie größerer Öffnungen zur Aufnahme der Stabdübel auf.

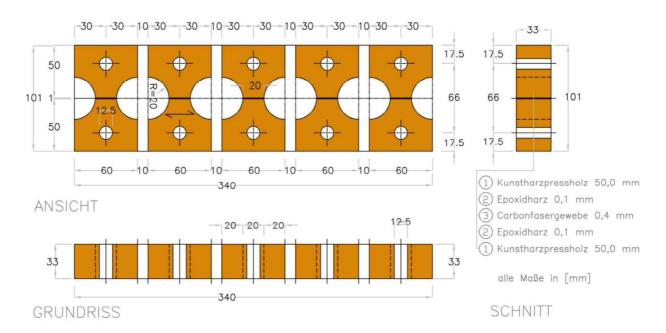


Abbildung 3-15: Darstellung der Querzugprobekörper nach der Prüfgeometrie 2

Insgesamt wurden, wie in Tabelle 3-5 angeführt, drei Blöcke zu jeweils fünf Probekörpern von der Prüfgeometrie 2 angefertigt. Im Gegensatz zu den Prüfbedingungen bei denen die Prüfgeometrie 1 getestet wurde, kamen bei diesen Querzugproben weitere Konfigurationen hinzu. So wurden bei dieser Prüfgeometrie zwei, bei unterschiedlichen Temperaturen gelagerte Varianten untersucht, um eine Aussage über einen möglichen Festigkeitsabfall des Klebers bei erhöhter thermischer Beanspruchung zu erhalten. Die zehn Proben bei denen eine höhere Prüftemperatur erforderlich war, kamen vor dem Versuch für rund 16 Stunden in einen Darrschrank mit einer eingestellten Temperatur von 80 °C. Während der Versuchsdurchführung wurden die Proben jeweils einzeln aus dem Darrschrank entnommen und gemäß dem bereits beschriebenen Prüfaufbau der Querzugprobekörper getestet. Dabei wurde die Oberflächentemperatur bei der Entnahme aus dem Darrofen und nach erfolgtem Einbau in der



Prüfmaschine mit Hilfe eines Thermometers gemessen. Der dabei ermittelte Abfall der Oberflächentemperatur betrug zwischen 2 °C bis 7 °C, wobei das Messgerät immer auf die schwarze Carbongewebeschicht ausgerichtet wurde. Auf diesem Wege konnte keine Aussage über die Kerntemperatur in der Probe gemacht werden. Es ist jedoch anzunehmen, dass die Kerntemperatur der Proben während des Prüfvorgangs nicht signifikant von den eingestellten 80 °C abwich.

Tabelle 3-5: Eckdaten der Versuchskonfiguration von Prüfgeometrie 2

Prüfserie::	Aushärte- temperatur [°C]	Prüf- temperatur [°C]	Anzahl der Probekörper [-]	Anzahl der Klebefugen [-]
QZ-70-R	70	20	5	2
QZ-20-D	20	80	5	2
QZ-70-D	70	80	5	2

## 3-4 RELAXATIONSVERSUCHE

Ausgehend von dem in Kapitel 2-5.3 beschriebenen Prüfkonzept, welches Aondio [18] im Zuge seiner Arbeiten zur Spannungsrelaxation konzipierte, wurden auf den Sportbogen abgestimmte Relaxationsversuche ausgearbeitet. Mit der Durchführung dieser Versuche soll eine Aussage über das Relaxationsverhalten, der im Bogen eingesetzten Materialien getroffen werden, um in weitere Folge die in diesem Sportgerät enthaltenen, fertigungsinduzierten Eigenspannungen abschätzen zu können. Das betrachtete Bogenmodell ist durch den Einsatz unterschiedlichster Laminate, welche zusammen im Bogen interagieren, gekennzeichnet. Auf Grund des Verklebens in der Bogenform nehmen diese ursprünglich geraden Laminate komplexe Freiformgeometrien an. Durch den vom Bogen 03 angefertigten 3D-Laserscan und dem anschließend daraus generierten Drahtmodell, waren die Geometriedaten des Bogens auch in CAD-Form vorhanden, wodurch eine geometrische Beschreibung dieser Formen möglich wurde (siehe Kapitel 3-2).

Zur Analyse des Relaxationsverhaltens, wurde der abschnittsweise bereits beschädigte Bogen 01 herangezogen. Zwar weist dieser nahezu die gleiche Form, jedoch mit 62 Zoll Länge nicht die gleiche Größe wie der 60 Zoll lange Bogen 03 auf. Aus diesem Grund wurde, dass vom Bogen 03 angefertigte Drahtgitter auf die Größe des Bogens 01 skaliert. Um die Richtigkeit dieser Skalierung zu bestätigen wurden die in CAD-Form vorliegenden Abmessungen des Bogens 01 am realen Bogen stichprobenartig verifiziert. Anschließend erfolgte mit Hilfe des Softwarepakets AutoCAD Architecture 2015 eine geometrische Analyse der Lamellenverläufe, um in weiterer Folge diese Freiformkurven in hinreichender Genauigkeit, abschnittsweise durch Kreisbögen beschreiben zu können. In der nachfolgenden Abbildung 3-16 ist die, durch schwarz-punktierte Linien, in mehrere Abschnitte gegliederte Bogengeometrie dargestellt. Dabei vereint jeder Abschnitt einen Bereich des Bogens, der durch einen nahezu gleichbleibenden Krümmungsradius gekennzeichnet ist.



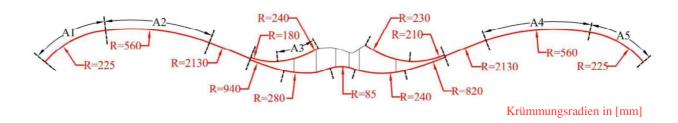


Abbildung 3-16: abschnittsweise durch Kreisbögen angenäherter Lamellenverlauf des Bogens 01

Ziel dieser geometrischen Strukturierung des Bogens war es Bereiche zu schaffen, an denen eine aus der Lamellenzerlegung resultierende Spannungsrelaxation möglichst einfach erfassbar sein sollte. Die Kreisbogenform ist durch einen gleichbleibenden Radius gekennzeichnet, wodurch sich ein einziger konstanter Wert für die Krümmung ergibt und demnach die Relaxation relativ einfach ermittelt werden kann. Jedoch sind nicht alle Abschnitte des Bogens für eine derartige Relaxationsbetrachtung geeignet, was zum einen daran liegt, dass der Bogen bereits einige Schäden aufweist und zum anderen von der erforderlichen Messgenauigkeit einzelner Bereiche abhängt. Je kürzer die einzelnen Abschnitte und je größer der Krümmungsradius, desto höher sind auch die Anforderung an die Messgenauigkeit, da sich Messfehler bei kleinen Abmessungen deutlich gravierender auswirken. Ausgehend von diesen Kriterien wurden die in Abbildung 3-16 eingezeichneten Abschnitte A1 bis A5 für die Durchführung der Relaxationsversuche ausgewählt und der reale Bogen 01 entsprechend dieser Aufteilung auseinandergeschnitten (siehe Abbildung 3-17).



Abbildung 3-17: gemäß der definierten Abschnitte auseinandergeschnittener Bogen 01

Die herausgeschnittenen Wurfarmabschnitte sind von ihrer Krümmung noch unverändert, wie am Beispiel von A1 und A2 in Abbildung 3-18 dargestellt. Der Grund dafür ist, dass die Gesamtbiegesteifigkeit des zusammengesetzten Querschnitts, nach wie vor erheblich größer ist, als die Summe der Einzelbiegesteifigkeiten sämtlicher Schichten, die ein teilweises, jedoch sehr geringes Rückstellen zur Ausgangsform der Lamellen bewirken.



Abbildung 3-18: Detailaufnahme der herausgeschnittenen Abschnitte A2 (links) und A1 (rechts)

Bei den einzelnen Bereichen konnten nicht alle Schichten durch mechanische Bearbeitung zerstörungsfrei herausgelöst werden, weshalb im Voraus entschieden wurde, welche Lagen im jeweiligen Abschnitt, für die Betrachtung, am relevantesten wären. Eine Zuordnung der herausgelösten Lagen zu den jeweiligen



Bereichen des Bogens ist in der nachfolgenden Tabelle 3-6 dargestellt. Dabei war wichtig, dass jedes Material von möglichst vielen Bereichen mit unterschiedlichen Längen und Krümmungsradien herausgenommen wurde, um trotz der variierenden Geometrie des Sportbogens möglichst allgemein gültige Relaxationswerte für die eingesetzten Materialien zu erhalten. Im Zuge dieser Betrachtung war die aus Carbonfasergewebe bestehende Mittellage der Wurfarmquerschnitte nicht von Interesse, da diese nur eine sehr geringe Biegesteifigkeit aufweist. Daher fallen auch die zu erwartenden Eigenspannungen sowie die Relaxation in einer vernachlässigbar geringen Höhe aus.

Tabelle 3-6: Zuordnung der herausgelösten Lagen zu den jeweiligen Abschnitten

Lamelle:	Abschnitt 1	Abschnitt 2	Abschnitt 3	Abschnitt 4	Abschnitt 5
Bambuslamelle	_	1	1	B4	B5
Carbonfaserlaminat	_	C2	1	C4	C5
Glasfaserlaminat	G1	G2	G3	-	_

Theoretisch wäre auch ein thermisches Auftrennen der einzelnen Schichten möglich gewesen, jedoch hätte diese thermische Einwirkung, neben dem Erreichen der Glasübergangstemperatur und dem damit verbundenen Festigkeitsverlust des Klebstoffs, auch ungewollte Auswirkungen auf die mechanischen Eigenschaften der im Kompositaufbau kombinierten Materialien zur Folge gehabt. Daher wurden die einzelnen Schichten, auf mechanischem Wege, vorsichtig mit Stemmeisen und Klopfholz voneinander getrennt bzw. wie in Abbildung 3-19 veranschaulicht vom Griffstück des Bogens heruntergelöst. Dabei waren in den meisten Fällen noch Rückstände der anderen Schichten an der Oberfläche der herausgelösten Lamelle vorhanden, wodurch ein behutsames Nachschleifen dieser Flächen an der Kantenschleifmaschine erforderlich war. Erst nach dem Entfernen der letzten Lamellen- und Klebstoffrückstände konnten sich die in der Fertigung zwangsgekrümmten Lagen wieder frei verformen.





Abbildung 3-19: Herunterlösen der Glasfaserlamelle vom Griffsück des Bogens

Je stärker die Rückverformung zum ursprünglich geraden Zustand der Laminate ausgeprägt ist, desto geringer das Relaxationsverhalten des jeweiligen Materials. Von den teilweise rückverformten Lamellen wurde, wie in Abbildung 3-20 dargestellt, die Sehnenlänge s sowie die Höhe h des Kreissegments bestimmt. Mit Kenntnis dieser Werte ließ sich der nach Gleichung (2.9) definierte Krümmungsradius bestimmen (siehe Kapitel 2-5.3).



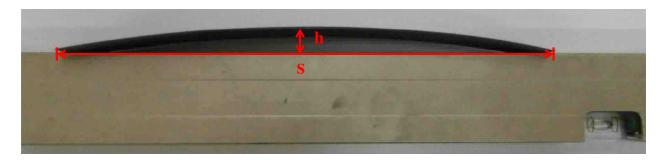


Abbildung 3-20: Vermessung der teilweise rückverformten Lamellen

## 3-5 STATISCHE HALB- UND GANZBOGENVERSUCHE

Dieser Abschnitt handelt von quasistatischen Prüfdurchführungen an halben und ganzen Bögen, welche primär als Kontrollelemente für die in Kapitel 4-1 beschriebenen Rechenmodelle dienen. Dadurch sollte sowohl eine qualitative, wie auch quantitative Verifizierung der aus den Berechnungen ermittelten Ergebnisse ermöglicht werden. Anders als bei den in Kapitel 3-3 beschriebenen Klebstoffprüfungen an Kleinproben, sind diese Versuche dadurch gekennzeichnet, dass der Bogen in seiner tatsächlichen geometrischen Komplexität und Größe betrachtet wird. Dadurch wären in Hinblick auf einen möglicherweise eintretenden Bruch sehr viele unterschiedliche Versagensfälle denkbar.

## 3-5.1 BESTIMMUNG DER AUSZIEHCHARAKTERISTIK

Der für die Bestimmung der Auszugscharakteristik notwendige Prüfaufbau stellt einen Ganzbogenversuch dar, welcher, wie bereits in Kapitel 2-6.2 erwähnt, nur an dem noch unbeschädigten Bogen 03 möglich war. Mit der Auszugscharakteristik sind bestimmte Kraft-Weg-Diagramme gemeint, mit denen wesentliche Eigenschaften des Bogens beschrieben werden können und somit eine objektive Vergleichbarkeit zwischen unterschiedlichen Bogentypen, aber auch zwischen einzelnen individuellen Bögen gleichen Typs möglich ist. In vielen Fällen wird zur Klassifizierung eines Bogens nur ein Diagramm erstellt, nämlich das Auszugskraft-Weg-Diagramm. Der darin enthaltene Verlauf stellt die Arbeitslinie des Bogens dar, wobei die im jeweiligen Auszugszustand notwendige Kraft über die Auszugslänge aufgetragen wird. Bei Vollauszug wird diese Kraft als Zuggewicht bezeichnet (siehe Kapitel 2-1).

Neben diesem Klassifizierungsmerkmal errechneten Bogensberger und Schickhofer [11], bei ihrer Betrachtung eines Eibenlangbogens eine weitere Kennlinie, welche als Sehnenkraft-Weg-Diagramm bezeichnet wird. Wie der Name bereits vermuten lässt, ist damit die, sich über die Auszugszustände ändernde, Sehnenkraft gemeint, welche über den Auszugsweg aufgetragen wird. Im folgenden Versuch soll also das Auszugskraft-Weg- sowie das Sehnenkraft-Weg-Diagramm für den Bogen 03 bestimmt werden. Deren Verläufe stellen zudem eine gute Kontrollmöglichkeit für das in Kapitel 4-1.3 angeführte Ganzbogenmodell dar.

#### 3-5.1.1 Prüfaufbau

Bei den meisten derartigen Ganzbogenversuchen wird der Griff des Bogens starr an einem unverschieblichen Fixpunkt montiert und der Auszug erfolgt dabei in der vertikalen Ebene (siehe Abbildung 2-2 und Abbildung 2-3). Zur Bestimmung der Ausziehcharakteristik des vorliegenden Bogens wurde jedoch ein anderes Prüfkonzept entwickelt, welches in Abbildung 3-21 angeführt ist. Zu sehen ist



die Draufsicht auf den angewendeten Prüfaufbau, wobei sich der Bogen in dieser Aufnahme gerade im Zustand des Vollauszugs befand. Hierbei war der Bogen auf einem fahrbaren Schlitten montiert, welcher sich je nach Drehrichtung der durch einen Elektromotor angetriebenen Gewindestange vor und zurück bewegen konnte. Bei der eingestellten maximal möglichen Drehzahl von 0,83 Hz ergab sich somit eine Prüfgeschwindigkeit von 120 mm/min. Dadurch, dass sich bei diesem Prüfaufbau der Bogen bewegte, verblieb der Nockpunkt der Sehne und mit ihm auch die, an der Prüfmaschine fix montierte Kraftmessdose 2, welche das Zuggewicht des Bogens maß, während des Prüfvorgangs an derselben Stelle. Auch die in der Bogensehne eingebaute Kraftmessdose 1 zur Bestimmung der Sehnenkraft, wurde bewusst so positioniert, dass sie während des Versuchs möglichst wenig Bewegung erfuhr. Um möglichst keine Widerstände gegenüber horizontalen Bewegungen zu generieren, erfolgte die Lagerung dieses Messgerätes an einer frei von der Decke herunterhängenden langen Schnur. Dadurch war es möglich, dass im Gegensatz zu den in Kapitel 2-1 gezeigten Prüfaufbauten, das Eigengewicht der Kraftmessdosen keinen Einfluss auf die Messung nahm.

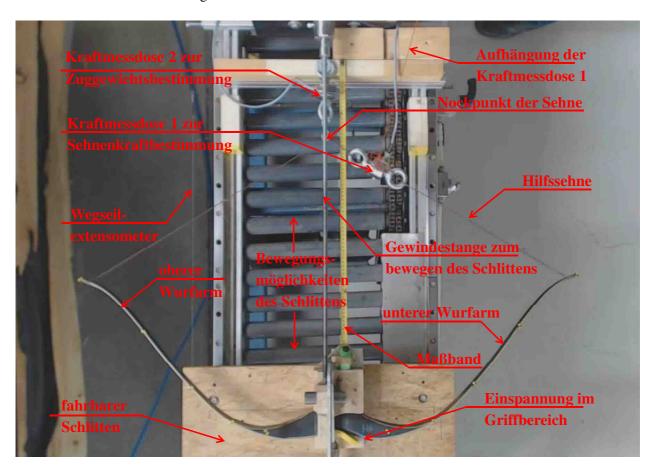


Abbildung 3-21: Prüfaufbau und Bestandteile zur Bestimmung der Ausziehcharakteristik des Bogens

Zur Gewährleistung einer möglichst umfassenden Dokumentation des Versuchs, wurden von sämtlichen Prüfdurchgängen Videoaufnahmen mittels einer, an der Decke befestigten, Webcam erstellt. Die auf diesem Wege erzeugten Aufnahmen waren mit den parallel dazu generierten Kraft-Weg-Diagrammen synchronisiert, wodurch Gesamtvideos mit sämtlichen relevanten Informationen zum Prüfvorgang entstanden. Die Messung des Auszugweges erfolgte mit Hilfe eines Wegseilextensometers, wobei zu Kontrollzwecken und zur leichteren Auswertung, der gemachten Videoaufnahmen, noch ein Maßband am Schlitten befestigt wurde. An beiden Wurfarmen, sowie auch im Griffbereich waren kleine gelb-schwarze Messpunkte (Targets) angebracht mit deren Hilfe eine nachträgliche geometrische Erfassung der sich



einstellenden Wurfarmverformungen erleichtert werden sollte (siehe Abbildung 3-21). Bedingt durch den Umstand, dass Bögen im Vergleich zu den meisten anderen zu prüfenden Bauteilen eine relativ geringe Biegesteifigkeit und dadurch mit großen Verformungen beaufschlagt werden können, ist die optische Vermessung mit Hilfe einer Kamera besonders zweckmäßig. Die Lage der Messpunkte ist nicht zufällig sondern wurde so gewählt, dass sie mit bestimmten Knotenpunkten des in Kapitel 4-1.3 beschriebenen Ganzbogenrechenmodells zur Deckung kommen. In der nachfolgenden Abbildung 3-22 sind einzelne Auszugszustände gezeigt, welche während des Versuchs durchlaufen wurden. Vom Zustand der Standhöhe (links) bis zum Zustand des Vollauszugs (rechts) mussten rund 508 mm (20 Zoll) an Spannweg zurückgelegt werden. Dieser Vorgang des Anspannens und nachträglichen Entlastens wurde insgesamt dreimal wiederholt. Durch diese wiederholte Be- und Entlastung sollten mögliche Hystereseeffekte des Bogens sowie Kriecherscheinungen in der Sehne erkannt und berücksichtigt werden können.

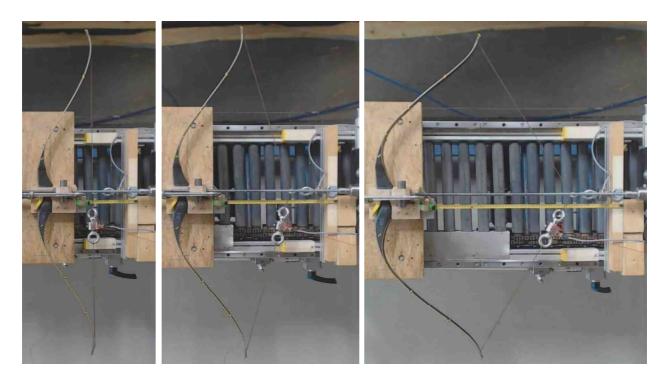


Abbildung 3-22: durchlaufene Auszugszustände während des Prüfvorgangs

Da die Steifigkeit der aus Polyester bestehenden Sehne ebenfalls Einfluss auf die Ausziehcharakteristik des Bogens hat, wurde in einem Spannversuch deren Dehnsteifigkeit bestimmt. Dabei erfolgte eine Messung der Sehnenlänge im unbelasteten Zustand sowie im eingespannten Zustand (Sehne im Bogen auf Standhöhe). Bedingt durch den Umstand, dass die Bogensehne in Relation zur Länge einen sehr geringen Querschnitt aufweist, ergeben sich bereits auf geringem Lastniveau relativ große Längenänderungen. Aus der Längenänderung und der zuvor bestimmten Vorspannkraft ließ sich bei Kenntnis des Sehnenquerschnitts ein effektiver E-Modul  $E_{\rm eff}$  ermitteln. Die Berechnung ist in der nachfolgenden Gleichung (3.1) angeführt.



$$E_{\text{eff}} = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{F \cdot l_0}{A \cdot (l_1 - l_0)}$$
(3.1)

 $E_{\text{eff}}$  effektiver E-Modul der Bogensehne [N/mm<sup>2</sup>]

σ... Zugspannung in der Bogensehne [N/mm<sup>2</sup>]

 $\varepsilon$ ... Dehnung der Bogensehne [-]

F... Sehnenvorspannkraft im Zustand der Standhöhe [N]

A... Fläche des Seilquerschnitts [mm<sup>2</sup>]

 $l_0$ ... Länge der Bogensehne im unbelasteten Zustand [mm]

 $l_1$ ... Länge der Bogensehne im vorgespannten Zustand [mm]

Es handelt sich deshalb um einen effektiven Wert, da sich die Sehne aus vielen dünnen, miteinander verdrillten Strängen zusammensetzt, welche einen Seilquerschnitt ergeben. Auf Grund von Lufträumen im verdrillten Seilquerschnitt, entspricht die Fläche des Seils nicht der des reinen Polyesters, wodurch der effektive E-Modul nicht gleichzusetzen ist mit dem tatsächlichen E-Modul des Ausgangsmaterials. Alle zur Bogensehne durchgeführten Berechnungen beruhen auf dem effektiven E-Modul, welcher auf die Seilquerschnittsfläche bezogen ist.

### 3-5.2 BELASTUNGSTESTS AN HALBBÖGEN

Im Gegensatz zu dem eben beschriebenen Gesamtbogenversuch, welcher jeweils beim Erreichen des Vollauszuges abgebrochen wurde, stellen die, an den Halbbögen vorgenommenen Belastungstests, eine bis zum Bruch geführte Prüfkonfiguration dar. Für diese Versuche wurden der teilweise beschädigte Bogen 02 sowie ein weiterer, nicht mehr ganz funktionsfähiger, vom Auftraggeber nachträglich zur Verfügung gestellter Bogen herangezogen. Dieser hinzugekommene Sportbogen, wird in den nachfolgenden Ausführungen kurz als Bogen 04 bezeichnet und weist laut angegebenen Klassifizierungsparametern ein nahezu identes Zuggewicht wie Bogen 02 auf (siehe Tabelle 3-7).

Tabelle 3-7: Klassifizierungsparameter der Sportbögen 02 und 04

Bogennummer:	Bogenlänge [Zoll]	Auszugslänge [Zoll]	Zuggewicht [lbs]
Bogen 02	60	28	43
Bogen 04	62	28	44

## 3-5.2.1 Versuchsvorbereitung

Als ersten Schritt wurde bei beiden Bögen der beschädigte Bereich entfernt, um die noch funktionsfähige Bogenhälfte für weitere Prüfungen verwenden zu können. Ein Foto der intakten Hälfte des Bogens 04 ist in Abbildung 3-23 gezeigt. Die Prüfkonfiguration sah vor, beide Bögen jeweils im Griffbereich einzuspannen und mit Hilfe der Universalprüfmaschine der Firma Zwick soweit aufzuspannen bis es zu einem Bruch der Bogenhälften kommt.





Abbildung 3-23: intakte Hälfte des hinzugekommenen Bogens 04

Um die Bogenhälften am Stahlträger der Universalprüfmaschine ausreichend rotations- und translationssteif zu lagern, war es notwendig den Griffbereich des Bogens anzupassen. Der zu diesem Zweck zugeschnittene Griffbereich des Bogens 02 sowie die dafür notwendige, modifizierte Lamellenführung am Bogenrücken, sind in der nachfolgenden Abbildung 3-24 dargestellt. Dabei wurden die zugseitigen Lagen derart angeschliffen, dass sie am Hochpunkt des Griffstücks in einem möglichst fließenden Übergang enden.



Abbildung 3-24: an die Prüfkonfiguration angepasster Griffbereich des Bogens 02

Wie bereits zuvor beim Bogen 02 wurde auch beim Bogen 04 eine Anpassung des Griffstücks sowie der Lamellenführung vorgenommen. Um eine Aussage über die Abnahme der Längsnormaldehnungen und den, sich daraus errechenbaren, Längsnormalspannungen im Übergangsbereich zwischen Wurfarm und Griffstück zu erhalten, wurde der Bogen 04 zusätzlich mit Dehnmessstreifen (im folgenden kurz DMS) versehen. Dabei erfolgte die Applizierung von insgesamt sieben DMS, von denen sechs an der Zugseite des Bogens und einer an der Druckseite gesetzt wurde. Wie aus der Abbildung 3-25 hervorgeht, liegen die zu Kontrollzwecken jeweils gegenüber angeordneten DMS 1 und DMS 7 im relativ biegeweichen Wurfarmbereich. Mit dem Beginn des Griffstücks nimmt die Biegesteifigkeit des Bogens in Richtung Einspannstelle laufend zu, was in logischer Konsequenz dazu führt, dass die Dehnung zwischen DMS 1 und DMS 6 entsprechend dem Verlauf des Griffs abfallen müsste. Die primäre Frage bei dieser Messanordnung war, wie rapide der Dehnungsabfall vom freien Wurfarmbereich Richtung Einspannstelle ausfällt. Anders als beim Bogen 02 endet nur die Carbonfaserlaminatschicht am Hochpunkt des Griffstücks, während die Bambuslamelle und das Carbonfasergewebe noch weiter Richtung Einspannstelle ausliefen. Bedingt durch die dahingehend modifizierte Lamellenführung, wechselten die zuvor abgeschliffenen und gesäuberten Oberflächenverhältnisse an welchen die DMS appliziert wurden.



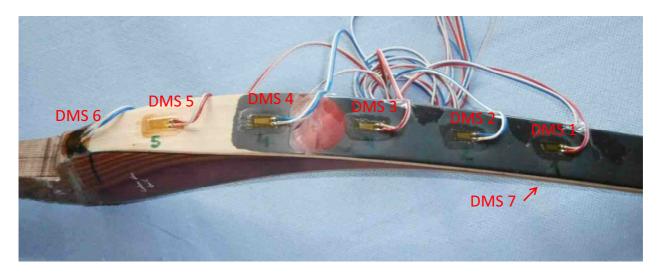


Abbildung 3-25: im Übergangsbereich von Bogen 04 applizierte Dehnmessstreifen

Während die DMS 1–4 sowie DMS 6–7 an faserverstärkten Kunststoffen angebracht wurden, kam der DMS 5 zur Dehnungsmessung an der Bambuslamelle zur Anwendung, wobei auf Grund der verschiedenen Materialien unterschiedliche Klebstoffe für die Applizierung der DMS notwendig waren. An den Oberflächen der faserverstärkten Kunststoffe kam der Klebstoff Z-70 zum Einsatz, während für den Bambus der X-60 besser geeignet war. Die eingesetzten DMS waren allesamt vom Typ: 6/120 LY41 der Fima HBM. Dabei bedeutet 6/120 eine Messgitterlänge von 6 mm bei einem Widerstand von  $120~\Omega$ . Die Orientierung der aufgedampften Messgitter erfolgte in Längsrichtung des Bogens (siehe Abbildung 3-25). Angeschlossen wurden die DMS als Viertelbrücken.

#### 3-5.2.2 Prüfaufbau

Die Bögen 02 und 04 wurden, wie in Abbildung 3-26 veranschaulicht, im dafür präparierten Griffbereich eingespannt. Dabei wurden die Bögen dahingehend ausgerichtet, dass deren eingespannter Griff unterhalb des Prüfkopfes lag. Der Prüfkopf selbst war von der Höhe so eingestellt, dass der Abstand zwischen seiner LE-Position und der Bauchseite des Griffstücks genau der Standhöhe des Bogens von 203 mm (8 Zoll) entsprach. Anschließend wurde die eingehängte Hilfssehne durch verdrillen soweit verkürzt bis der am Wurfarmende eingelassene Nockpunkt dieselbe Höhe wie der Prüfkopf erreichte und die Sehne somit auch horizontal im Bogen hängte. Damit war der Zustand der Standhöhe im Halbbogen eingestellt. Bei diesem weggesteuerten Prüfvorgang wurde die höchst mögliche Prüfgeschwindigkeit von 500 mm/min sowie ein maximal möglicher Weg der Prüfmaschine von 1050 mm eingestellt. Im Unterschied zum, im vorherigen Kapitel beschriebenen, Ganzbogenversuch konnte hierbei nur die Auszugskraft aufgezeichnet werden, da eine in der Hilfssehne verbaute Kraftmessdose sehr leicht Schaden bei einem möglichen Bruch des Bogens bzw. der Bogensehne genommen hätte.







Abbildung 3-26: Einspannung des Griffbereichs (links) und vorgespannter, prüfbereiter Bogen (rechts)

In Abbildung 3-27 ist der Prüfablauf am Beispiel von Bogen 04, welcher durch die Aufwärtsbewegung des Prüfkopfes gespannt wurde, veranschaulicht. Die in den Fotos sichtbaren Verkabelungen dienten zur Erfassung der, in den DMS, auftretenden Widerstandsänderungen von denen auf Materialdehnungen und in weiterer Folge auf Spannungen geschlossen werden konnte. Des Weiteren entstanden im Zuge der Prüfdurchführung des Bogens 02 Videoaufnahmen, um die Wurfarmverformung über die gesamte Prüfdauer optisch festzuhalten.





Abbildung 3-27: Prüfablauf am Beispiel von Bogen 04

### 3-6 DYNAMISCHER ABSCHUSSTEST

Im Gegensatz zu den bisher vorgestellten Versuchen, in welchen bereits intensiv auf quasistatische Betrachtungsmöglichkeiten des untersuchten Sportbogens sowie dessen Komponenten eingegangen wurde, soll in diesem Kapitel die Reaktion des Bogens auf dynamische Beanspruchungen, während des Abschussvorganges näher behandelt werden. Auch dieser Versuch konnte nur mit dem noch voll funktionstüchtigen Bogen 03 erfolgen.



#### 3-6.1 VERSUCHSVORBEREITUNG

Der Abschussvorgang eines Bogens zeichnet sich durch eine überaus hohe Prüfgeschwindigkeit aus, wodurch für die messtechnische Erfassung des Versuchs spezielles Equipment erforderlich ist. Wie bereits zuvor beim statischen Ganzbogenversuch (siehe Kapitel 3-5.1), wurde auch hier auf optische Messverfahren zurückgegriffen. Anders als bei den statischen Prüfungen, war jedoch bei den dynamischen Abschusstests eine wesentlich höhere Messfrequenz notwendig, was den Einsatz einer Hochgeschwindigkeitskamera erforderlich machte.

Im Unterschied zu den statischen Versuchen, bei denen der Pfeil keine Relevanz auf die Messergebnisse hatte bzw. auch nicht erforderlich war, ist eine genaue Kenntnis über dessen Eigenschaften beim dynamischen Versuch unabdingbar. Sowohl die Biegesteifigkeit als auch Kenntnis über die Masse des Pfeils sowie deren Verteilung über die Pfeillänge stellen dabei wesentliche Faktoren für die Auswertung des Prüfvorganges dar (siehe Kapitel 2-2). Insgesamt wurden vom Auftraggeber drei baugleiche Carbonpfeile vom Typ "Gold Tip Warrior 700", für den Versuch zur Verfügung gestellt. Diese Pfeilschäfte mit Hohlquerschnitt, zeichnen sich durch eine sehr geringe Masse und ebenso geringe Biegesteifigkeit aus, was zu einer höheren Beanspruchung im Bogen sowie zu einem markanteren Nachschwingverhalten führen soll, da mehr der gespeicherten Energie in den Wurfarmen dissipiert (siehe Kapitel 2-1). Um die zur Beschreibung der Masseverteilung notwendigen Parameter zu ermitteln, wurde einer der Pfeile in seine Einzelkomponenten auseinandergenommen, um diese abzuwiegen bzw. zu vermessen (siehe Abbildung 3-28).



Abbildung 3-28: einzelne, herausgelöste Komponenten des Pfeils zur Bestimmung der Masse

Die Bestimmung der Steifigkeit des Carbonpfeilschaftes am Spinewerttester, erfolgte nach dem in Abbildung 2-5 angeführten Schema. Mit der in Gleichung (2.2) angeführten Formel zur Ermittlung der Biegesteifigkeit des Pfeils, ließ sich in weiterer Folge, bei bekanntem Trägheitsmoment, der E-Modul des Pfeilschaft eingesetzten Carbons bestimmen. Um die optische Auswertung Hochgeschwindigkeitsvideoaufnahmen zu erleichtern, wurde der verwendete Carbonpfeilschaft mit einer Zentimeterskala versehen und somit zu einem Messpfeil präpariert. Um die vorgesehene Auszugslänge von 711 mm (28 Zoll) beim Abschusstest genau einhalten zu können, wurden, wie in Abbildung 3-29 dargestellt, im Schussfenster des Bogens als auch am Pfeil Markierungen angebracht, welche beim Vollauszug genau zur Deckung kommen mussten.

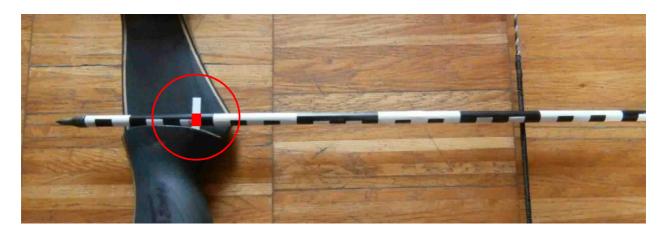


Abbildung 3-29: an Pfeil und Bogen angebrachte Markierungen zur Gewährleistung der exakten Auszugslänge

In der nachfolgenden Abbildung 3-30 sind der, für den dynamischen Versuch präparierte, Pfeil und der verwendete Bogen 03 zusehen. Der Bogen wurde im Zuge dieses Prüfvorgangs mit größeren Messpunkten (Targets) versehen. Dadurch sollte eine automatische Punkterkennung und -verfolgung der gemachten Videoaufnahmen gewährleistet werden.

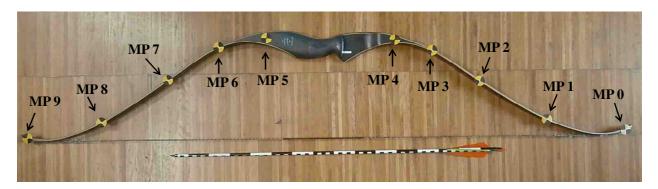


Abbildung 3-30: für den dynamischen Abschusstest präparierter Pfeil und Bogen

# 3-6.2 PRÜFAUFBAU

Der Abschusstest fand in der Versuchshalle des Instituts für Fahrzeugsicherheit der Technischen Universität Graz statt. In dieser Anlage werden normalerweise Crash-Tests an Fahrzeugen durchgeführt, wobei sich durch diesen Verwendungszweck auch eine optimale Eignung für den dynamischen Versuch am Sportbogen ergab. Der Prüfaufbau sah vor, den Abschussvorgang in der Seitenansicht zu filmen. Die Sichtlinie der Kamera lag also normal zur Ziellinie des Pfeils. Dadurch sollte eine möglichst verzerrungsfreie Aufnahme des Bogens in seinen vollen Abmessungen gewährleistet werden. Für die Momente der Versuchsdurchführung wurden sämtliche Scheinwerfer aktiviert, um den Abschussbereich möglichst gut auszuleuchten und eine entsprechend hohe Qualität der Videoaufnahmen zu gewährleisten. Bei den ersten Versuchen wurde eine Messfrequenz von 1000 Bildern pro Sekunde angewendet. Es stellte sich jedoch heraus, dass diese Abtastrate zu gering, für die auftretenden Abschussgeschwindigkeiten und -beschleunigungen des betrachteten Systems, war. Aus diesem Grund erfolgten weitere Durchgänge, welche mit einer Frequenz von 3000 Bildern pro Sekunde aufgezeichnet wurden. Die bei dieser Einstellung maximale Bildgröße betrug 944 x 504 Pixel, wobei der dadurch mögliche Bildausschnitt nahezu der Größe des aufgenommenen Bogens entsprach. Um ein Hinausdriften des Bogens aus dem Aufzeichnungsbereich zu verhindern und gleichzeitig einen Vollauszug von exakt 711 mm einzuhalten,



war eine gute Absprache und Koordination zwischen Kameramann und Bogenschützen erforderlich. Die nachfolgende Abbildung 3-31 enthält Ausschnitte des mit der Hochgeschwindigkeitskamera aufgenommenen Abschussvorganges.

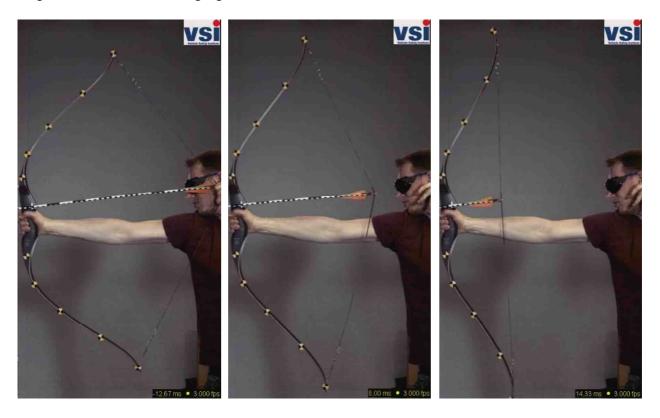


Abbildung 3-31: Ausschnitte der Hochgeschwindigkeitsaufnahme eines durchgeführten Abschusstests

Wie bereits erwähnt, dienten die am Bogen aufgeklebten Messpunkte zur Erfassung der, während des Abschussvorganges auftretenden, Verformungsänderung der Wurfarme bzw. zur Betrachtung des nach dem Verlassen des Pfeils auftretenden Nachschwingverhaltens. Zur automatischen Punktverfolgung fand das Softwarepaket Target Tracking Verwendung. Damit war es möglich die Bewegung der einzelnen Messpunkte über die Zeitdauer des Abschusses koordinativ zu digitalisieren. Lediglich der Weg des Pfeils über die Abschusszeit musste manuell aus der Aufnahme ausgelesen werden. Aus diesen Informationen ließ sich in weiterer Folge das Geschwindigkeits-Weg-Diagramm des Pfeils ableiten.



# KAPITEL 4: RECHENMODELLE & SIMULATIONEN

### 4-1 STATISCHE BETRACHTUNGEN

Im Zuge dieses Kapitels wird auf die quasistatischen Rechenmodelle, welche, neben dem dynamischen Modell, das Hauptinstrument der spannungstechnischen Analyse des Sportbogens darstellen, eingegangen. Die geometrische Grundlage für diese Rechenmodelle bildete das vom gescannten Bogen angelegte und mehrfach adaptierte Drahtmodell bzw. die von den Klebstoffprobekörpern zuvor angefertigten Skizzen und Pläne (siehe Kapitel 3-2 und 3-3). Auf Basis der in Kapitel 3-1 beschriebenen materialmäßigen Zusammensetzung des Bogens sowie deren mechanischen Eigenschaften erfolgte die Erstellung der, zur Durchführung der Simulationen erforderlichen Materialdefinitionen. Ein Bogen zeichnet sich dadurch aus, dass er sich im Bereich seiner Gebrauchszustände nur rein elastisch verformt. Dadurch wird auch auf die, in diesem System eingesetzten Materialien der Anspruch eines möglichst hohen elastischen Verformungsvermögens gestellt. Im Gegensatz zu vielen anderen ingenieursmäßigen Anwendungsfällen, bei denen ein ausgeprägtes plastisches Materialverhalten zur Gewährleistung einer entsprechenden Duktilität erwünscht ist, stellt diese Eigenschaft keine Anforderung an einen Bogen dar. Die in Kapitel 3-1 angeführten Materialien, aus welchen sich der Bogen zusammensetzt, gelten allesamt als relativ spröde versagend und weisen keinen ausgeprägten plastischen Bereich auf. Da für diese Werkstoffe keine Arbeitslinien vorliegen, wird für die nachfolgenden Berechnungen angenommen, dass ihnen ein rein linear elastisches Materialverhalten zu Grunde liegt. Diese Annahme gilt auch für das eingesetzte Epoxidharz EA40 sowie die aus Polyester bestehende Bogensehne.

Zu jedem der im vorherigen Kapitel 3 beschriebenen statischen Versuche wurde im Vorfeld ein Rechenmodell erstellt. Die Resultate der Berechnungen wurden anschließend den Versuchsdaten gegenübergestellt und ermöglichten somit eine Validierung der Modelle. Ein Vorteil der vorab erstellten Rechenmodelle war, dass auf Basis der erhaltenen Ergebnisse, frühzeitige Anpassungen an die vorgesehenen Prüfkonfigurationen bzw. Probekörpergeometrien vorgenommen werden konnten. Neben dem Zweck der Validierung der Rechenmodelle, dienten die durchgeführten statischen Versuche der Eruierung noch fehlender Materialparameter. Dabei wurden zum einen die noch fehlenden Festigkeitskenngrößen des Klebstoffs sowie das Relaxationsverhalten der, im Kompositaufbau eingesetzten Materialien bestimmt. Unter Berücksichtigung all dieser Erkenntnisse, sollte in weiterer Folge eine möglichst vollständige, spannungstechnische Betrachtung des Sportbogens ermöglicht werden. Sämtliche dazu notwendigen Simulationen wurden mit Hilfe des Softwarepaket RFEM 5.06, welches einen impliziten Solver darstellt, gerechnet und sind in den nachfolgenden Unterkapiteln beschrieben.

## 4-1.1 RECHENMODELLE ZU DEN KLEBSTOFFPROBEKÖRPERN

Wie bereits einleitend erwähnt, stellen die Rechenmodelle der Klebstoffprobekörper eine rechnerische Gegenüberstellung zu den praktischen Versuchen dar. Folglich entsprachen die statischen Systeme der Modelle, denen der realen, in der Prüfmaschine eingebauten Klebstoffprobekörper. Mit Hilfe dieser



Rechenmodelle wurden die angedachten Prüfkonzepte der Zugscher- und Querzugversuche spannungstechnisch analysiert und allfällige Anpassungen an den Geometrien der Probekörper vorgenommen. In den nachfolgenden Ausführungen zur Simulation der Zugscher- und Querzugprobekörper wird jeweils nur auf die bereits optimierten Lösungen, welche auch in den praktischen Versuchen Anwendung fanden, eingegangen.

### 4-1.1.1 Zugschermodelle

In Kapitel 3-3.1 wurde bereits auf das Prinzip zur Bestimmung der Zugscherfestigkeit bzw. auf die angewendeten Prüfkonfigurationen eingegangen. Die Finite-Element-Modelle der ein- und zweischnittigen Versuchskonfigurationen sind in der nachfolgenden Abbildung 4-1 dargestellt. Bedingt durch den Umstand, dass sämtliche Probekörper eine konstante Abmessung in die globale z-Richtung aufwiesen und bei diesen Versuchen primär die Schubspannungen in x-Richtung sowie die Normalspannungen in y-Richtung von Interesse waren, wurden ebene aus Flächenelementen bestehende Modelle erzeugt. Hierbei stellte die globale x-Richtung die Faserlängsrichtung der verwendeten Werkstoffe dar. Gleiches gilt auch für das nachfolgend beschriebene Querzugmodell. Die zweischnittige Variante war nahezu eine Spiegelung der einschnittigen, mit dem doppelten Aufbau. Der Schichtaufbau dieses Rechenmodells ist dem Lamellen-Aufbau am Bogenrücken nachempfunden. Dabei wurden neben den einzelnen Fügeteilen auch die Klebefugen mitmodelliert. Diese konnten jedoch im FE-Modell nicht mit ihrer tatsächlichen Dicke von rund 0,05 mm abgebildet werden, da derart kleine Abstände eine Netzgröße erforderten, die im Zuge dieses Rechenmodells nicht realisierbar war. Dadurch, dass die Berechnung der Schub- und Querzugproben auf denselben Materialannahmen basiert, wird die Modellierung der Klebefugen im Zuge der Ausführungen zu den Querzugmodellen näher erläutert.

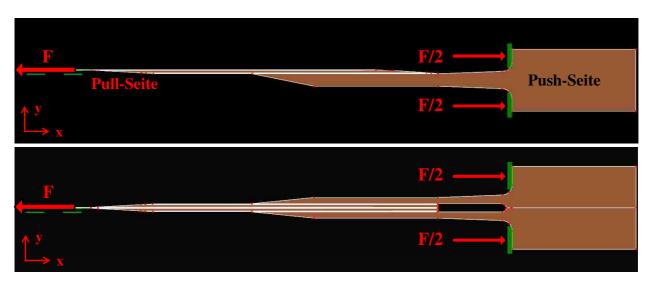


Abbildung 4-1: einschnittiges Zugschermodell (oben) und zweischnittiges Zugschermodell (unten)

Das in Abbildung 4-1 veranschaulichte, statische System entspricht der, in der Prüfmaschine eingespannten und belasteten Probe. Die Aufbringung der Zugkraft F erfolgt, wie in Kapitel 3-3.1 bereits erläutert, über die Carbonfaserlamelle (Pull-Seite). Die dort definierte Lagerung erlaubt zwar ein Bewegen des Prüfkopfes in die negative x-Richtung und somit ein Belasten der Probe, sämtliche andere Freiheitsgrade sind jedoch gesperrt. Bei Belastung entstehen Lagerreaktionen an der Stahlplatte, gegen welche das andere Ende des Probekörpers im Versuch gepresst wird (siehe Abbildung 3-10). Bedingt durch den flächigen Kontakt und den hohen Kräften entsteht Reibung zwischen Stahlplatte und



Probekörper, weshalb im Modell die Lagerungen näherungsweise als eingespannt definiert wurden. Mit Hilfe dieses Modells war eine Analyse der im Klebstoff auftretenden Schub- und Querzugbeanspruchungen, als auch der in den Fügeteilen vorherrschenden Spannungen möglich.

### 4-1.1.2 Querzugmodelle

Analog zur Berechnung der Zuscherprobekörper, wurden auch zwei Varianten der Querzugmodelle erstellt. In der Abbildung 4-2 sind die beiden Versuchsvarianten dargestellt. Neben den beiden Übersichtsdarstellungen ist der Detailausschnitt vom zu prüfenden Übergangsbereich veranschaulicht. Zwischen den beiden Kunstharzpressholzblöcken ist eine Lage Carbonfasergewebe angeordnet, sowie jeweils eine Klebefuge oberhalb und unterhalb des Gewebes. Die real rund 0,05 mm dicke Klebeschicht wurde in der FE-Berechnung mit der kleinstmöglichen Schichtstärke von 0,1 mm angenommen, was eine etwas geringere Steifigkeit der Klebefuge zur Folge hatte. Derart kleine Abmessungen erfordern eine entsprechend feine Vernetzung der Objekte, weshalb im Bereich der Klebefugen und des Carbonfasergewebes eine lokale FE-Netz-Verfeinerung definiert wurde.

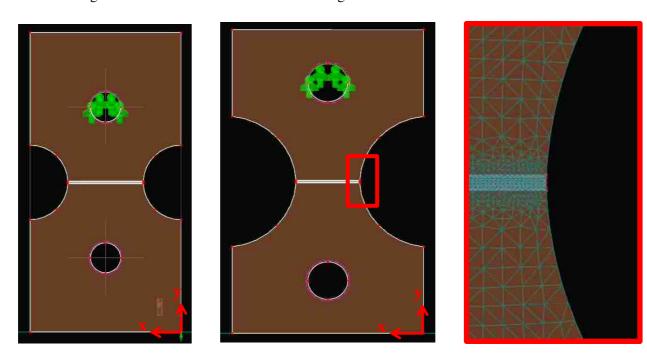


Abbildung 4-2: Prüfgeometrie 1 (links), Prüfgeometrie 2 (Mitte) und vermaschter Detailausschnitt (rechts)

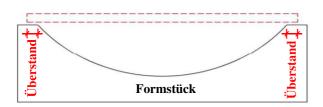
Wie aus Abbildung 4-2 hervorgeht, ist die FE-Netzgröße im Bereich der Klebefugen und des Carbonfasergewebes entsprechend der zuvor genannten Netzverfeinerung angepasst. Abseits der Fügung, kam eine angestrebte Elementlänge von 1,0 mm zur Anwendung. Gleiche Einstellungskriterien galten auch für die zuvor beschriebenen Modelle der Zugscherprobekörper. Die Lasteinleitung erfolgte, wie bereits in Kapitel 3-3.2 angeführt, über Stabdübel, welche in den vorgebohrten Öffnungen angeordnet waren. Im Modell wurde diese Art der Lasteinleitung dermaßen umgesetzt, dass jeweils eine Öffnung entsprechend der Anpressfläche des Stabdübels halbkreisförmig gelagert war, während in der gegenüberliegenden Öffnung die Lastaufbringung erfolgte. Diese im Sinne einer Pull-Pull-Konfiguration definierte Beanspruchung verursachte Querzugspannungen in den Fügeteilen sowie den Klebefugen, welche mit Hilfe dieses Rechenmodells analysiert wurden.



#### 4-1.2 BETRACHTUNG FERTIGUNGSINDUZIERTER SPANNUNGEN

Die in diesem Kapitel vorgestellten Überlegungen und zugehörigen Rechenmodelle sind eng mit den in Kapitel 3-4 angeführten Versuchen zur Bestimmung des Relaxationsverhaltens und deren Auswirkungen auf den tatsächlichen, sich einstellenden Eigenspannungszustand verknüpft. Konkret wird in diesem Abschnitt untersucht, welchen Einfluss die Eigenspannungen in den einzelnen Lamellen, auf die Beanspruchung in den dazwischen angeordneten Klebefugen haben. Die Grundüberlegung besteht darin, dass Lamellen, welche nicht zu 100 % relaxieren eine gewisse Rückstelltendenz vom verformten Zustand zum ursprünglich geraden Zustand aufweisen. Das Rückstellen einer Lamelle wird von der Klebstoffschicht unterbunden, wodurch diese in Dickenrichtung belastet wird. Dieses Bogenmodell setzt sich aus vielen unterschiedlich steifen Materialien bzw. Lamellen zusammen. Je nachdem wie diese unterschiedlich biegesteifen Lamellen übereinander geschichtet sind, ergeben sich verschiedene Belastungsfälle, welche im Kapitel 5-2 im Zuge der Ergebnisanalysen näher erläutert werden.

Um eine gerade Lamelle an ein Formstück zu krümmen, braucht es einen auf Bauteilsteifigkeit und Krümmungsradius abgestimmten Mindestanpressdruck (siehe Abbildung 4-3). Dieser muss über den Zeitraum der Klebstoffaushärtung aufrechterhalten werden. Nach Wegnahme des Anpressdruckes lastet die Beanspruchung, welche aus der Rückstelltendenz der Lamelle resultiert, auf der Klebstoffschicht zwischen Lamelle und Formstück.



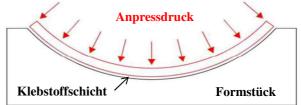


Abbildung 4-3: unbelastete Lamelle (links) und durch Anpressdruck gekrümmte Lamelle (rechts)

Um die Höhe der Klebstoffbeanspruchung sowie deren Verteilung über die Länge der Klebefuge zu bestimmen, wurde das in Abbildung 4-4 dargestellte Rechenmodell eines gekrümmten, elastisch gebetteten Balkens erstellt, welcher an den Endpunkt verschieblich gelagert wurde. Die elastische Bettung repräsentiert die Steifigkeit der Klebefuge, wohingegen die verschiebliche Lagerung aus der Tatsache resultiert, dass die Lamelle bei Entlastung am Formstück nach außen gleitet, wodurch ein Überstand entsteht (siehe Abbildung 4-3).



Abbildung 4-4: statisches System des elastisch gebetteten Balkens

Der, als einzelne Lamelle definierte Balken wurde so modelliert, dass er in seiner gekrümmten Form unbelastet war. Der Hintergrund für diese Annahme eines bereits verformten Ausgangszustandes beruht



auf der Überlegung, dass auch die Klebstoffschicht bis unmittelbar vor Wegnahme des Anpressdruckes unbelastet ist. Erst zu dem Zeitpunkt an welchem alleinig der Klebstoff das Rückstellen der Lamelle verhindern muss, kann eine Aussage über die Spannungen in der Klebstoffschicht sowie über deren Verteilung getroffen werden. Der Rückstellzwang der Lamelle in den geraden Zustand, unter der Annahme einer nullprozentigen Relaxation, wurde durch das Aufbringen einer linearen Temperaturverteilung simuliert. Diese Form der Belastung eignet sich besonders gut für diesen Zweck, da sich der Balken dadurch nur krümmt.

Um die Höhe der notwendigen Temperaturlast, welche es brauchte um den Balken in den geraden Zustand zu verformen, einstellen zu können, wurde im ersten Schritt die Federsteifigkeit der elastischen Bettung zu null gestellt. Anschließend folgte, bei gleichbleibender Temperaturlast eine schrittweise Steigerung der, in der elastischen Bettung definierten Federsteifigkeit und damit eine Reduktion der möglichen Verformung.

### 4-1.3 DAS RÄUMLICHE GANZBOGENMODELL

Dieser Abschnitt behandelt den Aufbau bzw. das Modellierungkonzept des dreidimensionalen, quasistatischen Gesamtmodells des Sportbogens (siehe Baumann und Schickhofer [9]). Die Basis für dieses Rechenmodell bildet, wie bereits einleitend erwähnt, der in Kapitel 3-2 durchgeführte 3D-Laserscan vom Bogen 03 sowie das daraus abgeleitete Drahtgitter. Nach dem Import der Geometriedaten begann der Aufbau des räumlichen Bogenmodells. Dieses besteht aus einem Volumenkörper, welches das Griffstück des Bogens bildet sowie mehreren Flächen zur Modellierung der Wurfarme und der Decklagen des Griffbereichs. Da es sich beim "Black Furious" um einen Kompositbogen mit einem mehrschichtigen Aufbau handelt, wurde den erzeugten Flächen mit Hilfe des Zusatzmoduls RF-Laminat, der laut Tabelle 3-1 definierte Hybridaufbau zugewiesen. Die Wurfarme weisen jedoch keine gleichbleibende Dicke auf, da die Bambuslagen sich vom Griffbereich zu den Nockpunkten verjüngen. Aus diesem Grund waren Schichtaufbauten mit unterschiedlichen Gesamtdicken anzulegen, welche den, in mehrere Abschnitte abgestuften Wurfarmen zugewiesen wurden. Für die einzelnen Wurfarmabschnitte wurden näherungsweise jeweils die durchschnittlichen Schichtdicken für die Berechnung herangezogen. Wie aus Abbildung 4-5 hervorgeht, ist das System bogenmittig im Griffbereich gelagert.

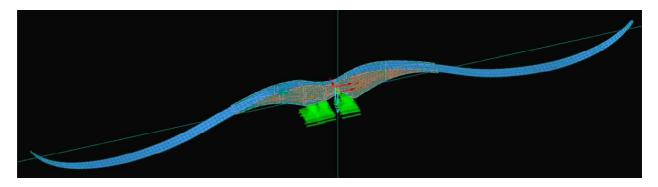


Abbildung 4-5: statisches System des Ganzbogenmodells als filigraner, doppelseitiger Kragträger

An dieses relativ kurze, nahezu biegesteife Griffstück sind die beiden Wurfarme, welche sehr schlanke Kragträger darstellen, gekoppelt. Der Übergang zwischen den als Flächenelemente modellierten Wurfarmen und dem Volumenkörper, welches das Griffstück des Bogens bildet, ist in der nachfolgenden Abbildung 4-6 veranschaulicht. Am realen Bogen läuft das Griffholz in einem äußerst spitzen Winkel aus, wodurch die bogenrücken- und bogenbauchseitigen Lamellen zu einem Wurfarmquerschnitt



zusammengeführt werden (siehe Abbildung 4-7). Es ist anzunehmen, dass am realen Bogen der Großteil der Längsnormalspannungen an den äußersten Lamellenlagen konzentriert ist und diese erst nach und nach über Schub in das zur Bogenmitte hin größer werdende Griffstück übergehen. Im FE-Modell war dieser Übergang nicht auf die gleiche Art und Weise umsetzbar. Um die Kraftübertragung von den Wurfarmen zum Griffstück möglichst realitätsnah abzubilden, wurden mehrere (in violett dargestellte) Starrflächen eingeführt. Diese sollten die am Wurfarmende auftretenden Schnittkräfte direkt in die Decklagen des Bogens (hellblaue Flächen) übertragen und nicht zuvor in das (rosafarbene) Griffstück einleiten, um anschließend wieder in die wesentlich steiferen Decklagen ausgeleitet zu werden.

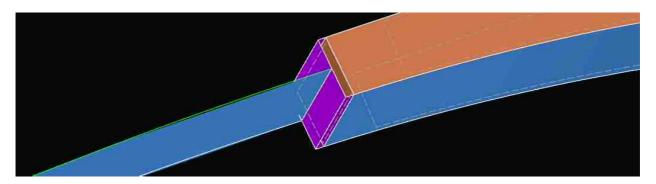


Abbildung 4-6: Übergang zwischen Wurfarm und Griffstück im Rechenmodell

Die Dicke des Volumenkörpers in diesem Übergangsbereich beträgt rund 5 mm, was dem Hebelsarm *e* zwischen den resultierenden Kräften in den Decklagen entspricht (siehe Abbildung 4-7). Hätten alle Lagen des laminaren Aufbaus die gleiche Steifigkeit, dann wäre dieser Hebelsarm, unter Voraussetzung einer linear elastischen Spannungsverteilung, zwei Drittel der Wurfarmdicke. Dadurch, dass die Randlamellen sowohl zug- als auch druckseitig relativ steif sind, vergrößert sich der Hebelsarm entsprechend den Steifigkeitsunterschieden.

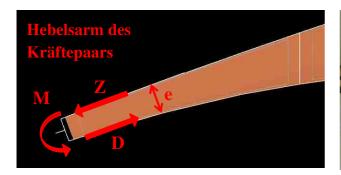




Abbildung 4-7: Prinzip der Krafteinleitung ins Griffstück (links) und realer Übergangsbereich (rechts)

Der Bogen 03 wurde, wie in Kapitel 3-2 angeführt, in seinem unbespannten Zustand gescannt, wodurch die erhaltene Geometrie frei von äußeren Lasten war. Jedoch bestehen bereits fertigungsinduzierte Eigenspannungen im System, deren Größe von der Steifigkeit der Ausgangslamellen, den angewendeten Krümmungsradien sowie deren Relaxationsverhalten abhängig ist. Da zum Zeitpunkt der Modellierung keine Daten über die Relaxation der eingesetzten Materialien vorlagen, sondern erst nachträglich in Versuchen ermittelt wurden (siehe Kapitel 3-4), konnten die fertigungsinduzierten Eigenspannungen im Rechenmodell nicht berücksichtigt werden. Dadurch, dass die Materialien im Zuge der Herstellung des Bogens ohnehin nur linear elastisch verformt werden, war anzunehmen, dass die aus der Fertigung hervorgerufenen Eigenspannungen keinen Einfluss auf die Steifigkeitseigenschaften des



zusammengesetzten Querschnitts haben. Dahingegen sind die aus dem Herstellungsprozess resultierenden Spannungen wesentlich für die Höhe der Tragfähigkeit des Bogens und müssen mit den Spannungsanteilen aus dem Einhängen der Sehne (bespannter Grundzustand) und dem Auszug des Bogens überlagert werden. Diese Überlagerung wird im Kapitel 5-5, in welchem die Gesamtauslastung des Bogens behandelt wird, beschrieben.

In der nachfolgenden Abbildung 4-8 ist das Prinzip der Lastaufbringung mittels zweier Hilfssehnen veranschaulicht. Wie bereits in Kapitel 3-5.1 angeführt, wurde für die Definition des Sehnenmaterials der effektive E-Modul herangezogen. Die beiden Sehnen verliefen jeweils zwischen den Nockpunkten an den Wurfarmenden und einem gemeinsamen Festlager. Durch Aufbringung einer Zwangsverkürzung in den Sehnen, erhielten diese eine Zugbeanspruchung, was dazu führte, dass sich der relativ biegeweiche Bogen verformte und dabei primär auf Biegung beansprucht wurde. Zu Vergleichszwecken war die Sehnenverkürzung so einzustellen, dass die Verformung eines bestimmten Auszugszustandes im FE-Modell, der des realen Bogens entsprach.

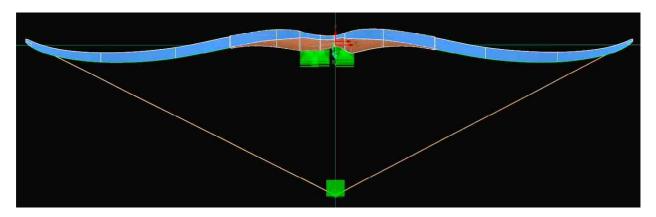


Abbildung 4-8: Modellierung der Lastaufbringung über eine vorgespannte Hilfssehne

Das Festlager der Hilfssehnen wurde für den bespannten Grundzustand 203 mm (8 Zoll) von der Innenseite des Griffstücks entfernt positioniert. Im Zustand des Vollauszuges betrug dieser Abstand 711 mm (28 Zoll). Der daraus resultierende Spannweg von 508 mm (20 Zoll) wurde in diskrete Abstufungen von jeweils 50,8 mm (2 Zoll) untergliedert, was der jeweiligen Verschiebung des Festlagers entsprach. Demzufolge wurde vom Zustand der Standhöhe bis zum Zustand des Vollauszugs in elf Stufen des Sehnenauszugs unterschieden. Dadurch konnte sowohl das in Kapitel 3-5.1 beschriebene Auszugskraft-Weg- sowie auch das Sehnenkraft-Weg-Diagramm, aus der FE-Studie abgeleitet werden.

Die Schwierigkeit bei der Lösung eines Systems mit derart großen, auftretenden Verformungen war, dass es bei der impliziten Berechnung häufig zu Instabilitäten kam bzw. die Lösung nicht konvergierte. Des Weiteren konnte in vielen Fällen keine Gleichgewichtszustände zwischen der Dehnung der Sehne und der Verformung der Wurfarme gefunden werden. Um die Wurfarme zu stabilisieren, musste das System aus der Verformungsebene gehalten werden. Die Berechnung wurde sowohl schubstarr, nach der Kirchhoff-Platten-Theorie, als auch schubnachgiebig nach Mindlin durchgeführt. Für derart schlanke Systeme wäre die Theorie nach Karman passender, jedoch war dieser Ansatz nicht in der verwendeten FE-Software implementiert. Die angewendete FE-Netzgröße betrug bei den ersten Rechendurchgängen 10 mm, wurde jedoch in weiterer Folge auf 5 mm reduziert. Für eine detaillierte Betrachtung des Griffbereichs musste das Modell noch weiter verfeinert werden. Dieser Vorgang wird im nachfolgenden Kapitel 4-1.4 beschrieben.



### 4-1.4 DIE DETAILBETRACHTUNG DES GRIFFSTÜCKS

Da laut Kapitel 2-6 die Schäden bogenrückenseitig des Griffes auftraten, beschränkt sich diese Detailbetrachtung auf den Volumenkörper mit den zugehörigen Decklagen, welche das Griffstück des Bogens bilden. Im Grunde stellt es eine detaillierte Variante des Gesamtbogenmodells dar, wobei in diesem Fall die Wurfarme weggelassen wurden (siehe Abbildung 4-9). Das hatte zum einen den Vorteil, dass die erforderliche Rechenzeit deutlich reduziert werden konnte und es durch den Wegfall der sehr weit auskragenden, schlanken Wurfarme zu keinen Instabilitätsproblemen mehr kam. Als Ersatzbelastung wurden die, aus dem 3D-Modell des Gesamtbogens, für den Zustand des Vollauszuges, ermittelten Schnittkräfte angesetzt. Es handelte sich um die, im Übergangsbereich zwischen Wurfarm und Griffstück auftretenden Schnittgrößen, welche über die in Abbildung 4-6 gezeigten Starrflächen in den Griffabschnitt eingeleitet wurden. Dabei stellten beim Bogen die Biegemomente den größten Anteil an der Belastung dar.

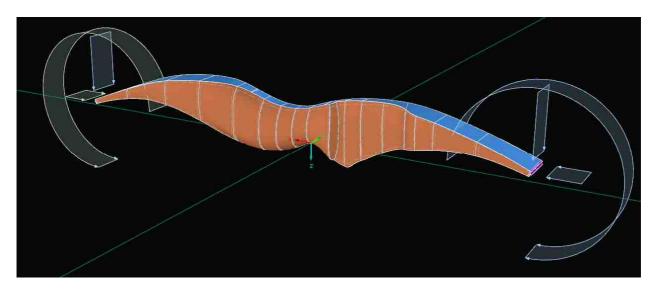


Abbildung 4-9: Detailmodell vom freigeschnittenen Griffstück des Bogens

Wie bereits zuvor erwähnt, ist das in Abbildung 4-9 gezeigte Griffmodell detaillierter als das Griffstück des Gesamtmodells aufgebaut. Es basierte auf einem noch feineren Drahtgitter, welches genauer an den gescannten Griffbereich des Bogens angepasst wurde. Die FE-Netzgröße wurde für dieses Detailmodell mit 2,5 mm gewählt. Die Lagerung des Systems erfolgte hierbei nach dem gleichen Prinzip wie beim Ganzbogenmodell in Griffmitte. Mit Hilfe dieses Modells war es möglich die Übergangsbereiche zwischen dem aus Kunstharzpressholz bestehenden Griffstück und den mehrschichtigen Decklagen zu analysieren. Des Weiteren diente dieses Detailmodell als Basis für zahlreiche Modifikationsvarianten, mit denen versucht wurde, Lösungsansätze für das Problem der Delaminierung zu entwickeln und gegenüberzustellen. Auf die in diesem Prozess entstanden Modifikationsvarianten wird im nachfolgenden Kapitel 5, in den Ergebnissen näher eingegangen.

#### 4-1.5 DAS EBENE HALBBOGENMODELL

Das Ziel hinter diesem Modell war es, den Verlauf der Spannungen in Dickenrichtung der Laminate und Klebstoffschichten für das System des Bogens analysieren zu können. Es war folglich sehr ähnlich wie die flächigen Rechenmodelle zur Abbildung der Klebstoffprobekörper aufgebaut, nur mit dem Unterschied, dass bei dem Halbbogenmodell die tatsächliche Geometrie des Bogens sowie die reale



Belastungsart betrachtet wurde. Wie bereits zuvor bei den Rechenmodellen zu den Klebstoffprobekörpern konnten auch im Halbbogenmodell die Klebstoffschichten nicht exakt in der realen Stärke modelliert werden, sondern fielen daher geringfügig nachgiebiger aus. In der Abbildung 4-10 ist das statische System des Halbbogenmodells dargestellt. Im Gegensatz zum in Kapitel 4-1.3 vorgestellten Ganzbogenmodell bei dem die Flächenelemente der Wurfarme derart definiert waren, dass sie senkrecht zu ihrer Ebene belastet wurden, wirkt die Beanspruchung der Flächenelemente im Halbbogen in der Elementebene. Es ist bei diesen Modellen also grundsätzlich zwischen einer Platten und einer Scheibentragwirkung zu unterscheiden. Beim Ganzbogenmodell musste die Dicke der Wurfarme bzw. der Schichtaufbau über das Zusatzmodul RF-Laminat definiert werden. Dahingegen wurde beim Halbbogenmodell jede Lage, einschließlich der Klebstoffschichten als eigene Fläche modelliert. Aus diesem Grund war im Bereich der Laminatschichten eine äußerst feine Vernetzung notwendig (vgl. Abbildung 4-2). Die FE-Netzgrößen des Halbbogenmodells entsprechen denen, der in Kapitel 4-1.1 beschriebenen Rechenmodellen zu den Klebstoffprobekörpern. Um sogenannte Shear-Locking-Effekte bei den verwendeten vollintegrierten Elementen zu vermeiden, waren in Dickenrichtung der Klebefuge mindestens zwei Elemente angeordnet. Mit Shear-Locking ist, wie Torsakul [33] beschreibt, gemeint, dass es zu einer Sperrung der auf Biegung beanspruchten vollintegrierten Elemente kommt. Infolge dessen, verhalten sich die davon betroffenen Elemente zu steif.

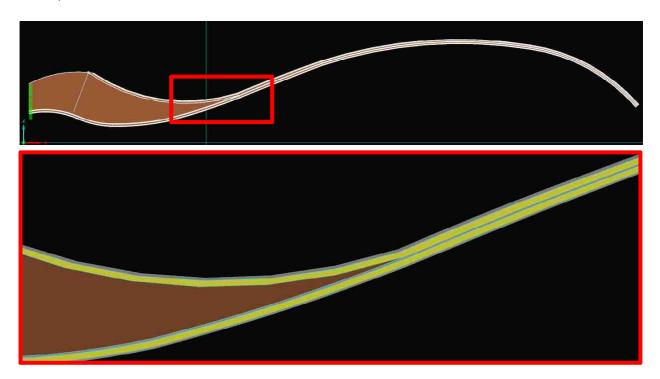


Abbildung 4-10: statisches System des ebenen Halbbogenmodells (oben) und Detailansicht vom Übergang zwischen Wurfarm und Griffstück (unten)

Ein weiterer, wesentlicher Unterschied zum Ganzbogenmodell, war die Ausformung des Übergangsbereiches. Während beim Modell des gesamten Bogens die Wurfarme über Starrflächen an das Griffstück angeschlossen werden mussten, war beim Halbbogenmodell ein kontinuierlicher Übergang, welcher in gleicher Form auch beim realen Bogen vorherrscht, möglich. Mit Hilfe dieses Modells konnten die im vorherigen Kapitel 4-1.4 durchgeführten Spannungsanalysen des Griffbereichs verifiziert werden. Außerdem ließen sich unterschiedliche Modifikationsvarianten der bogenrückenseitigen Lamellenführung, welche eine Abhilfe für das Delaminierungsproblem schaffen sollten, auf ihre Tauglichkeit überprüfen und miteinander vergleichen. Ähnlich zu den Klebstoffmodellen, waren somit



bereits vorab spannungstechnische Analysen möglich, ohne dabei Bögen in praktischen Versuchen zerstören zu müssen.

### 4-2 DYNAMISCHE BETRACHTUNGEN

Im vorherigen Kapitel 4-1 wurden bereits mehrere verschiedene quasistatische Modelle zur Analyse des Bogens bzw. zur Berechnung einzelner Teilbereiche vorgestellt. Im Gegensatz dazu beruhen sämtliche dynamische Betrachtungen auf einem einzigen Ganzbogenmodell, welches mit dem Solver ls-dyna 7.1.2 gerechnet wurde. Wie zuvor bei den statischen Betrachtungen repräsentiert auch dieses Rechenmodell einen praktischen Versuchsablauf, welcher in Kapitel 3-6 angeführt ist. Dabei handelt es sich um den dynamischen Abschusstest, welcher mit dem lasergescannten Bogen 03 durchgeführt wurde.

Das dynamische Rechenmodell stellt das Pendant zum statischen Ganzbogenmodell dar und beruht auf demselben Drahtgitter, den gleichen mechanischen Materialkennwerten und auf einem nahezu identen Modellierungsprinzip. Damit ist gemeint, dass es ebenfalls aus einem Volumenkörper besteht, welcher das Griffstück des Bogens bildet, sowie daran anschließenden, gekrümmten Flächen zur Modellierung der Wurfarme (siehe Abbildung 4-11). Dabei wurden ebenso die bogenrücken- und bogenbauchseitigen Decklagen des Volumenkörpers für die Zuweisung des laminaren Aufbaus herangezogen. Die Definition des mehrschichtigen Kompositaufbaus in den Decklagen sowie in den flächigen Wurfarmen erfolgte mit Hilfe der Bauteilkarte "PART\_COMPOSITE", wobei die Wurfarme wiederum, entsprechend den Schichtdicken, in einzelne Abschnitte untergliedert wurden.

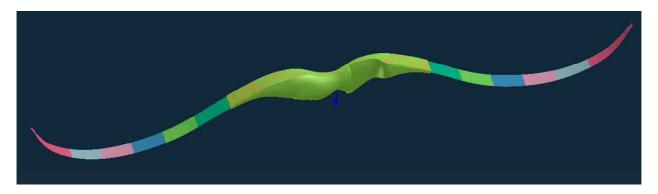


Abbildung 4-11: Aufbau des dynamischen Modells aus einem Volumenkörper und mehreren Flächensegmenten

Im Unterschied zum statischen Ganzbogenmodell, bei dem die Kopplung zwischen den Wurfarmen und dem Griffstück über Starrflächen gelöst wurde, schließen beim dynamischen Modell die Wurfarmflächen direkt am Volumenkörper an. Jedoch wurden die, zu den Wurfarmen angrenzenden Flächen der Volumenelemente als starr definiert. Dadurch war eine relativ ähnliche Kraftübertragung wie beim statischen Modell möglich, da die steifen Decklagen für die Krafteinleitung mitaktiviert wurden. Die Lagerung dieses doppelseitigen Kragträgersystems erfolgte wiederum bogenmittig im Griffbereich. Als mittlere FE-Netzgröße wurden für dieses Modell 2,0 mm gewählt. Zur Berechnung der Wurfarme dienten vollintegrierte Elemente, während für das Griffstück unterintegrierte Elemente Verwendung fanden. Die für explizite Solver eher unübliche Wahl von vollintegrierten Elementen basiert auf dem Umstand, dass dadurch die auftretenden Hourglass-Energien deutlich reduziert werden konnten, allerdings der Rechenaufwand stieg. Mit Hourglassing ist das Auftreten von gegengleichen Knotenverschiebungen, die keinen Anstieg der internen Energie zur Folge haben, gemeint. Unterintegrierte Elemente sind also gegenüber diesen Null-Energie-Moden bzw. -Verformungen blind. Ein Verformungsbild, welches



typischerweise auftritt, sind trapezförmige 4-knotige Schalen, welche zusammen mit dem angrenzenden Element die charakteristische Sanduhr-Form ergeben und daher auch so genannt werden (Hourglassing). Um diese Null-Energie-Verformungen zu unterdrücken, werden nicht-physikalische Kräfte eingeführt, die das Entstehen von Hourglassing unterbinden sollen. Diese Unterdrückung kann aber ganz erhebliche Teile der Verformungsenergien aufnehmen, was zu einem unphysikalischen Ergebnis führen kann. Wenn Hourglassing auftritt bzw. die Hourglass-Energie im Verhältnis zur Verformungsenergie zu groß wird (i.a. wird ein Ergebnis bei der die Hourglass-Unterdrückungs-Energie 5% der Verformungsenergie nicht überschreitet als akzeptabel eingestuft), sind die Randbedingungen zu überarbeiten und zu kontrollieren. Zum Beispiel begünstigt eine sehr lokale Krafteinleitung die Entstehung von Hourglassing. Mehrere Unterdrückungsmodelle stehen zur Verfügung, wobei sich die Kräfte entweder nach der Verformung ("Stiffness Form") bzw. nach der Verformungsgeschwindigkeit ("Viscous Form") richten. Bei Ersterem kann noch unterschieden werden, ob sich die Unterdrückung abhängig vom E-Modul bzw. abhängig vom Tangentenmodul errechnet. Der Grund warum bei expliziten Solvern meist unterintegrierte Elemente verwendet werden, besteht darin, dass durch die reduzierte Integration (ein Punkt pro Element) es zu keinen Locking-Effekten kommt und die Laufzeit der Berechnung deutlich verringert wird. Im vorliegenden Fall, wurde der Anstieg in der Rechenzeit als weniger problematisch erachtet, als der Anstieg in der Energie zur Unterdrückung von Hourglassing.

Infolge der langen, schlanken Wurfarme wurde der Belytschko-Wong-Chang warping stiffness Terms (BWC = 1 in \*CONTROL\_SHELL) aktiviert, um das Verdrillen der Arme zu unterdrücken und eine realistische Steifigkeit des Wurfarms zu erreichen. Wie für Laminate üblich wurde der Schubkorrekturfaktor (SHRF in \*SECTION\_SHELL) auf eins gesetzt, wodurch ein parabolischer Verlauf der Schubspannung angenommen wird. Andernfalls würde eine Schubdeformations-Theorie 1. Ordnung angenommen werden (SHRF < 1), welche die Bedingung verletzt, dass auf den Schalenausflächen die Traktion Null ist (entsprechend müsste dann z.B. bei rechteckigen Querschnitten die Schubspannung mit dem Schubkorrekturfaktor = 5/6 skaliert werden). Die Laminat-Theorie für Schalen wurde aktiviert (LAMSHT = 5 in \*CONTROL\_SHELL), welche dafür sorgt, dass nicht von einem gleichförmigen Schub über die Dicke der Schalen ausgegangen wird. Das ist besonders in Kompositen, welche aus stark unterschiedlich steifen Laminaten bestehen wichtig.

Das System wurde mit Hilfe einer aus Stabelementen modellierten Bogensehne vorgespannt (siehe Abbildung 4-12). Im Gegensatz zum statischen Bogenmodell bei dem die Sehne jeweils von einer Nocke zu einem behelfsmäßigen Auflager lief, wurde beim dynamischen Modell die Sehne direkt von Nocke zu Nocke gespannt. Diese Art der Modellierung bildet den realen Bogen besser ab, setzt jedoch voraus, dass zwischen Sehne und Wurfarm entsprechende Kontaktbedingungen definiert werden müssen. Wie in Abbildung 4-12 gezeigt, liegt die Sehne im unbelasteten Zustand am äußeren Bereich der Wurfarme an. Damit die Bogensehne beim Spannvorgang kontinuierlich abheben kann, muss dieser auf Druckbeanspruchung vorhandene Federkontakt bei Zugbeanspruchung ausfallen. Die Vorspannung des Bogens erfolgte über eine Zwangsverkürzung der Bogensehne, wobei zwei Knoten der Sehne auf einen Punkt zusammengezogen wurden.



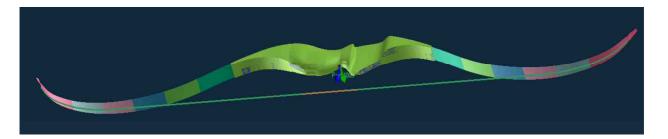


Abbildung 4-12: Aufbringung der Vorspannung über die zwischen den Nockpunkten gespannten Bogensehne

Einer der wesentlichsten Unterschiede zu den statischen Betrachtungen bestand darin, dass für den dynamischen Simulationsverlauf ein Pfeil definiert werden musste. Je nachdem wie dieser beschaffen ist, ergeben sich unterschiedliche Abschussgeschwindigkeiten und damit auch variierende Wirkungsgrade sowie Belastungen des Bogens (siehe Kapitel 2-2). Für die explizite Berechnung, wurde der in Kapitel 3-6 beschriebene Messpfeil, welcher im Zuge des Abschusstests Verwendung fand, als Vorlage für die Modellierung herangezogen. Die im Zuge dieses Versuchs bestimmten Parameter des Pfeils lieferten die Eingangsdaten für den Aufbau des Pfeilmodells. Dazu zählten folgende Parameter:

- (i) Abmessungen (Länge sowie Außen- und Innendurchmesser des hohlen Pfeilquerschnitts),
- (ii) Gesamtmasse des Pfeils,
- (iii) Masseverteilung (Pfeilschaft als Gleichlast, Spitze und Nocke als Punktlast),
- (iv) Spinewert (stellvertretend für die Biegesteifigkeit des Pfeilschaftes).

Der Pfeilschaft wurde als Stab mit einem kreisringförmigen Hohlquerschnitt modelliert. Am vorderen sowie am hinteren Ende des Pfeils erfolgte die Definition eines Massenpunktes zur Abbildung der Pfeilspitze und der Nocke. Um den Pfeil im Simulationsvorgang besser darzustellen, wurde der Balkenstab mit einem Deckmaterial umgeben, welches mit einer marginalen Masse behaftet war und auch keine Eigensteifigkeit aufwies (\*MAT NULL). Damit die Bogensehne ihre Relativposition zum Pfeil, über den Spann- und Abschussvorgang beibehielt, erfolgte am hinteren Ende des Pfeiles die Modellierung einer Nocke. Anschließend wurden das Bogenmodell und das Pfeilmodell durch den Aufruf in einer gemeinsamen Hauptdatei zusammengefügt und mittels einer Koordinatentransformation zueinander ausgerichtet. Das Gesamtmodell der zusammengeführten Komponenten ist in der Abbildung 4-13 dargestellt. Der Pfeil ist im Schussfenster des Bogens platziert und liegt auf der Pfeilauflage auf. Dabei steht der Pfeil nicht genau im rechten Winkel zur Sehne sondern ist, wie beim realen Abschussvorgang auch, leicht in Richtung des oberen Wurfarmes gedreht. Diese Maßnahme sorgt dafür, dass der Pfeil den Bogen in einer möglichst geraden Bahn verlässt ohne dabei in der vertikalen Ebene zu schwingen. Das Schwingen in der horizontalen Ebene wird zum Großteil durch das im Griffstück eingelassene Schussfenster kompensiert (siehe Kapitel 2-2).



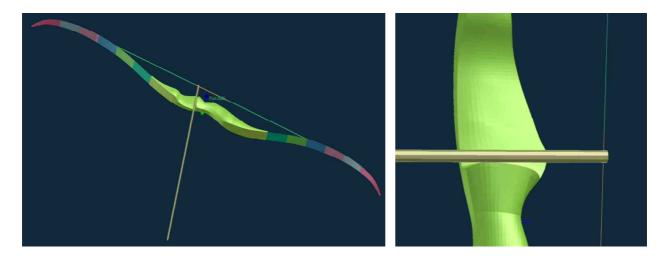


Abbildung 4-13: Bogenmodell mit eingelegtem Pfeil (links) und Detailausschnitt vom Schussfenster (rechts)

Da bei der dynamischen FE-Simulation der Belastungsablauf deutlich komplexer ablief als beim statischen Ganzbogenmodell, wird dieser anhand der Tabelle 4-1 veranschaulicht. Hierbei wurde in fünf verschiedene Simulationsphasen unterschieden, wobei alle Phasen zusammengenommen eine Simulationsdauer von 300 Millisekunden ergaben. Grundsätzlich handelt es sich um dynamische Vorgänge, welche mit einem Zeitschritt von einer Millisekunde ausgegeben wurden. Die Besonderheit bei dieser Simulation war, dass zwischen einzelnen dynamischen Phasen quasistatische Gleichgewichtszustände erreicht werden sollten. Um diese Gleichgewichtszustände zu erreichen, musste eine globale, zeitabhängige Dämpfungsfunktion definiert werden. Dadurch wurden einzelne Phasen mit einer unterschiedlich starken Dämpfung behaftet. Alternativ hätte das Modell innerhalb von LS-Dyna auch implizit berechnet werden können, jedoch sprach dafür weder ein zu erwartender Zeitgewinn noch eine Erhöhung der Genauigkeit.

In der ersten Phase war der Bogen durch eine Zwangsverkürzung der Sehne vorzuspannen. Die Nocke des Pfeils wurde am hinteren Ende durch ein Flächenelement verschlossen, wodurch der Pfeil gezwungen war, sich mit der in Richtung des Schützen bewegenden Bogensehne zu verschieben. Für die Dauer dieses Vorgangs erfolgte eine konstante Dämpfung in voller Höhe, wie in Tabelle 4-1 veranschaulicht. Da sich jedoch das System nach dem Ende dieser Phase noch nicht in einem Gleichgewichtszustand um die Standhöhenlage befand, musste eine weitere Simulationsphase zur Stabilisierung definiert werden. Hierbei entsprach die Intensität der Dämpfung einem linearen Funktionsverlauf, welcher zum Ende hin gegen null ging. Damit war am Ende der zweiten Phase ein quasistatisches Systemgleichgewicht um den Zustand der Standhöhe gegeben, was eine Vergleichbarkeit mit den Ergebnissen des statischen Ganzbogenmodells ermöglichte.

Die dritte Phase stellte den Auszug des Bogens dar. In diesem Abschnitt wurden Sehne und Pfeil, durch die Definition einer Knotenzwangsverschiebung im Bereich der Pfeilnocke von der Standhöhenlage zum Vollauszug gebracht. Dabei wurde in den Wurfarmen die Energie gespeichert, welche es in weiterer Folge brauchte, um den Pfeil zu beschleunigen. Während des Spannvorganges erfolgte keine Systemdämpfung, jedoch musste, wie bereits zuvor um die Standhöhenlage, eine Stabilisierungsphase nachfolgen, bei der ein linearer Dämpfungsverlauf vorgegeben wurde. Am Ende der vierten Simulationsphase war somit ein Gleichgewicht um den Zustand des Vollauszugs gegeben.

In der fünften und gleichzeitig letzten Phase wurde die im Bogen gespeicherte Energie freigegeben und der Pfeil abgeschossen. Die Zeit, welche der Pfeil benötigte um den Bogen zu verlassen, stellte nicht die



Gesamtdauer dieser Phase dar. Der Simulationsvorgang wurde bewusst über einen längeren Zeitraum berechnet, da einerseits auch das Nachschwingverhalten des Bogens im Fokus der Untersuchung stand und andererseits die Zeitspanne der Pfeilbeschleunigung nicht genau vorhersagbar war. Im Rechenmodell existiert für diese Phase keine externe Dämpfung und auch kein Luftwiderstand. Dies bedeutet jedoch nicht, dass während dem Abschussvorgang keinerlei Dämpfung im Modell vorhanden ist, da im Nockpunkt zwischen Sehne und Wurfarm eine Reibung vorherrscht. Die Energie, welche dabei dissipiert ist jedoch von marginaler Höhe. Für die Bewegung des Pfeils, der Sehne sowie der Wurfarme ist der Luftwiderstand vernachlässigbar gering, wobei im Zuge der Ergebnisanalyse in Kapitel 5-4 noch näher darauf eingegangen wird.

Tabelle 4-1: Phasen der dynamischen FE-Simulation

Simulationsphase:	Startzeit [ms]	Dämpfung	Endzeit [ms]
Vorspannen des Bogens durch Verkürzung der Sehne	0	11	50
Stabilisierung des Systems um den Zustand der Standhöhe	50	10	100
Auszug des Bogens durch Knotenzwangsverschiebung	100	0 0	150
Stabilisierung des Systems um den Zustand des Vollauszugs	150	10	250
Freigabe des Systems und Abschuss des Pfeils	250	0 0	300



# KAPITEL 5: ERGEBNISSE & ANALYSE

### 5-1 DIE KLEBSTOFFEIGENSCHAFTEN

Auf Basis der in Kapitel 3-3 beschriebenen Klebstoffprüfungen sowie den Ergebnissen der zugehörigen FE-Simulationen (siehe Kapitel 4-1.1), werden in diesem Abschnitt die Eigenschaften des untersuchten Klebstoffs aufgezeigt und diskutiert. Hierbei stehen die Widerstände gegenüber Schub- und Querzugbeanspruchung im Vordergrund. Diese Werte stellen wesentliche Kenngrößen dar, um eine Beurteilung der möglichen Umstände, welche zu einem Versagen des Sportbogens führten, vorzunehmen.

#### 5-1.1 ZUGSCHERBETRACHTUNGEN

Die Durchführung der Zugscherversuche diente zur Abschätzung der Relation zwischen den Schubfestigkeitskennwerten des eingesetzten Epoxidharzes EA40 und den damit verbundenen Fügeteilen. Wie bereits in Kapitel 2-5.4 erläutert, gelingt es weder bei den einschnittigen- noch bei den zweischnittigen Probekörpern reine Schubkenngrößen zu ermitteln, da es infolge Lastexzentrizitäten auch zu Normalspannungen quer zur Faserrichtung kommt. Des Weiteren ist der Verlauf dieser Schub- und Normalspannungen über die Länge der Klebefuge nicht konstant sondern weist Spannungsspitzen in den Überlappungsenden auf (siehe Kapitel 2-5.4.2). Die laut ÖNORM EN 302-1: 2013 [27] definierte Versuchskonfiguration, sieht dünne hölzerne Platten als Fügeteile sowie eine relativ kurze Klebefuge vor. Dadurch wird eine möglichst konstante Schubspannungsverteilung mit geringen Querzugspannungen in der Klebefuge gewährleistet. Nach Ansicht des Verfassers legitimiert dieser Umstand den nach Norm vorgegebenen Ansatz, dass die auftretende Bruchlast gleichmäßig auf die Klebefläche aufzuteilen ist und somit den Schubfestigkeitswert des Klebstoffs ergibt.

Im Gegensatz dazu weisen die eingesetzten Probekörper, welche an die Bogengeometrie angepasst wurden, größere Überlappungslängen und Lastexzentrizitäten auf, weshalb nicht mehr von einer konstanten Schubspannungsverteilung auszugehen ist. Aus diesem Grund wurden die im Versuch bestimmten Bruchlasten mit dem FE-Modell gegenübergestellt, wodurch die qualitative Ermittlung der Spannungsverläufe möglich war.

# 5-1.1.1 Einschnittige Verbindungen / Vorversuche

Von dieser Prüfserie wurden drei Probekörper gefertigt, welche primär der Voruntersuchung des Klebstoffverhaltens, bei einer Fertigungs- und Prüftemperatur von 20 °C, dienten. Bei der Prüfung der ersten Probe VV1 trat bereits ab einem relativ geringen Lastniveau von 6,77 kN ein Aufspalten am zugseitigen Überlappungsende der Klebefuge auf. Mit der Zugseite (Pull-Seite) ist jene Seite gemeint, an welcher die Probe mit Hilfe der Klemmbacken gezogen wurde, während die Druckseite (Push-Seite) das gegenüberliegende Ende des Prüfkörpers darstellte (siehe Abbildung 4-1). Bedingt durch das geringe Bruchlastniveau von VV1 erfolgte bei den weiteren Proben die Aufbringung eines Querdrucks im Bereich des zugseitigen Überlappungsendes. Dieser wurde mit Hilfe von Schraubzwingen auf die Prüfkörper



aufgebracht und sollte dem entstehenden Querzug entgegenwirken. Durch diese Maßnahme wurde zwar ein Aufspalten an dieser Seite der Klebefuge verhindert und somit die Bruchlast bei den Probekörpern VV2 und VV3 gesteigert (15,0 kN und 11,2 kN), jedoch spalteten diese wenig später vom druckseitigen Überlappungsende der Klebefuge auf (siehe Abbildung 5-1).





Abbildung 5-1: Querzugverstärkung mittels Schraubzwinge und Aufspalten an der gegenüberliegenden Seite

Klebefuge Bei drei Probekörpern versagte die zwischen Kunstharzpressholz Carbonfasergewebe. Die jeweiligen Bruchbilder sowie zugehörige Bruchlasten und Beschreibungen des Bruchhergangs sind im Anhang B-1 angeführt. Bedingt durch die individuelle Anpassung der Prüfkonfiguration sowie der geringen Probekörperanzahl, wurde bei diesen Vorversuchen auf eine statistische Auswertung verzichtet. Stattdessen erfolgte eine Gegenüberstellung des Versuchs mit dem dazugehörigen FE-Rechenmodell. Da bei den Prüfkörpern VV2 und VV3 eine Querzugverstärkung Anwendung fand, welche zusätzlich eine Querdruckkraft von unbekannter Höhe in die Proben einbrachte, wurde für die Gegenüberstellung der unmodifizierte Prüfkörper VV1 herangezogen. Die bei dieser Probe erreichte Bruchlast, wurde im FE-Modell angesetzt, um somit die Spannungsverläufe in der Klebefuge, welche im Versuch versagt hatte, abschätzen zu können. In der nachfolgenden Abbildung 5-2 ist die Verteilung der Schub- und Querzugspannungen über die Klebefugenlänge dargestellt. Laut FE-Simulation ergeben sich jeweils an den Überlappungsenden ungünstige Spannungsspitzen, deren Interaktion zu einer lokalen Überbeanspruchung des Klebstoffs führte.

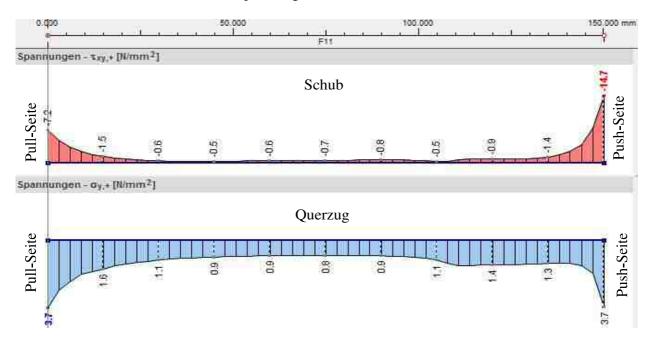


Abbildung 5-2: Spannungsverläufe in der Klebefuge zwischen Carbonfasergewebe und Kunstharzpressholz bei einer Bruchlast von VV1



Diese Spannungsverläufe aus den FE-Studien sollen eher dem qualitativen Vergleich dienen und aufzeigen, wie eine dünne Klebefuge unter der Annahme eines rein linear elastischen Materialverhaltens des Klebstoffs beansprucht wird. Auf Grund des hohen Anteils an Querzugspannungen, welche sich aus den Lastexzentrizitäten der einschnittigen Prüfgeometrie ergaben, ließen sich, wie bereits einleitend angedeutet, keine reinen Schubfestigkeiten ermitteln. Um den Anteil der Querzugbeanspruchung zu mindern, wurde eine zweischnittige Prüfgeometrie konzipiert, welche zum einen geringe Lastexzentrizitäten aufwies und bedingt durch den symmetrischen Aufbau zu keiner Verdrehung unter Lasteinwirkung führen sollte (siehe Abbildung 2-34). Die Ergebnisse aus den Prüfserien der zweischnittigen Probekörper werden im Zuge des nachfolgenden Kapitels analysiert.

### 5-1.1.2 Zweischnittige Verbindungen

Im Zuge der zweischnittigen Versuchskonfiguration wurden zwei Prüfserien mit jeweils fünf Probekörpern, welche sich hinsichtlich ihrer Herstelltemperatur unterschieden, getestet. Dadurch sollte ein Vergleich zwischen unterschiedlichen Verarbeitungsweisen des Klebstoffs ermöglicht werden. Während bei der Prüfserie ZS-20 die Aushärtung des Epoxidharzes bei Raumtemperatur erfolgte, wurden die Probekörper der Serie ZS-70 nach dem Klebstoffauftrag thermisch nachbehandelt. Die Prüftemperatur betrug hierbei für sämtliche Zugscherproben rund 20 °C (siehe Tabelle 3-3). Im Gegensatz zu den einschnittigen Probekörpern bei denen das Versagen immer an derselben Klebstofffuge auftrat, war der Bruchvorgang bei den zweischnittigen Proben deutlich komplexer. In vielen Fällen traten nahezu zeitgleich Risse an unterschiedlichen Überlappungsenden und Fügeteilen auf, wodurch bei manchen Probekörpern bis zu drei Fugen auf Abscheren bzw. Aufspalten versagten. Beispiele dieser Versagensfälle sind in der nachfolgenden Abbildung 5-3 angeführt.

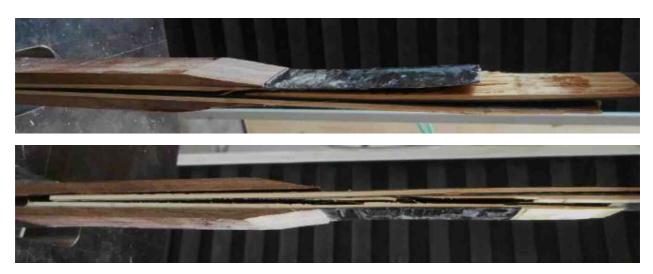


Abbildung 5-3: Aufspalten der zweischnittigen Zugscherprobekörper in mehreren Fugen

Um den Bruchhergang möglichst genau nachvollziehen zu können, wurde die Abfolge der einzelnen Anrisse sowie deren Öffnen mitdokumentiert. Die Probekörper wurden anschließend aufgespalten, um die Bruchflächen der einzelnen Fugen zu analysieren. Eine Auflistung dieser Bruchbilder mit zugehörigen Beschreibungen zu den einzelnen Probekörpern sowie der Bruchabfolge und der Art des Bruchs ist im Anhang B-2 angeführt. Auf Basis dieser einzelnen Prüfergebnisse erfolgte eine statistische Auswertung des Bruchlastniveaus, deren Ergebnisse in Tabelle 5-1 zusammengefasst sind.



Tabelle 5-1: Ergebnisse der zweischnittigen Zugscherversuche

Prüfserie	Anzahl [-]	Maximum [kN]	Minimum [kN]	Mittelwert [kN]	COV [%]
ZS-20	5	31,25	20,31	25,70	16,8
ZS-70	5	37,59	26,37	31,07	15,5

Um die Unterschiede zwischen den beiden Prüfserien zu veranschaulichen, sind die Bruchlasthöhen der einzelnen Versuche sowie deren Mittelwerte in einem Scatterplot gegenübergestellt (siehe Abbildung 5-4). Hierbei liegt die mittlere Bruchlast der thermisch nachbehandelten Proben um rund 20 % höher als bei jenen Prüfkörpern, welche nur bei Raumtemperatur aushärteten, wobei der Variationskoeffizient bei beiden Prüfserien nahezu ident ist.

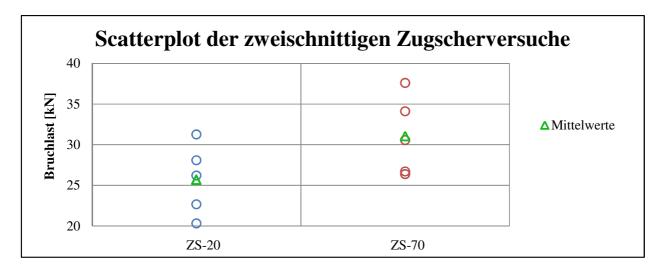


Abbildung 5-4: Gegenüberstellung der beiden Zugscherprüfserien im Scatterplot

Wie bereits zuvor bei den einschnittigen Zugscherversuchen, fällt es auch bei diesen Proben schwer, ein Spannungsniveau zu bestimmen, welches als Schubfestigkeitswert des Klebstoffs definiert werden kann. Aus diesem Grund erfolgt der Vergleich qualitativ anhand der in Anhang B-2 angeführten Bruchbilder. Während es bei der Prüfserie Z-20 in fast jedem Fall zu einem reinen Klebstoffversagen kam, zeigten sich bei der Prüfserie Z-70 deutlich unterschiedliche Bruchbilder. Bei diesen thermisch nachbehandelten Probekörpern stellten sich meist Mischbrüche ein, bei denen sowohl der Klebstoff als auch beide Fügeteile involviert waren. In einem Fall kam es hierbei zu einem reinen Fügeteilversagen, welches im Carbonfaserlaminat auftrat. Aus der Analyse dieser Bruchbilder kann festgestellt werden, dass die thermisch nachbehandelte Variante eine höhere Schubfestigkeit des eingesetzten Epoxidharzes zur Folge hat. Diese liegt den Bruchmechanismen nach zu urteilen, etwa gleich hoch wie die Schubfestigkeit der Fügeteile. Auf Grund der Vielzahl an Klebefugen und unterschiedlich steifen Fügeteile war die Nachgiebigkeit einer einzelnen Klebefugen icht quantifizierbar, wobei grundsätzlich von einem relativ starren Verhalten der dünnen Klebefugen auszugehen ist. Beispielbruchbilder eines reinen Klebstoffversagens sowie eines typischen Mischbruchs sind in der nachfolgenden Abbildung 5-5 dargestellt.





Abbildung 5-5: typisches Bruchbild eines reinen Klebstoffbruchs (oben) und eines Mischbruchs (unten)

Da bei den in Kapitel 2-6.2 beschriebenen Versagensfällen auf eine hohe, lokale Querzugbeanspruchung verwiesen wird, erfolgt als nächster Schritt eine Analyse der Querzugfestigkeiten des Klebstoffs, welche im nachfolgenden Kapitel angeführt ist.

#### 5-1.2 QUERZUGBETRACHTUNGEN

Wie bereits in Kapitel 3-3.2 angeführt, waren die Prüfgeometrien der Querzugversuche an die ÖNORM EN 302-3: 2015 [25] angelehnt. Auch in dieser Norm wird von einer gleichmäßigen Spannungsverteilung in der Klebefläche ausgegangen. Dadurch, dass die verwendeten Querzugprobekörper sich hinsichtlich ihrer Abmessungen kaum von den Vorgaben der Norm unterschieden, erfolgte die Ermittlung der Querzugspannungen nach demselben Prinzip. Bei der Prüfgeometrie 1 betrug die Größe der Klebefuge 33 x 25 mm, was eine Klebefläche von 825 mm<sup>2</sup> ergab. Die gemessene Bruchlast wurde durch diese Fläche dividiert und lieferte somit einen Einzelwert für die Querzugfestigkeit des Epoxidharzes. Die Ergebnisse aus den Spannungsermittlungen der Prüfserien QZ-20 und QZ-70 sind in der nachfolgenden Tabelle 5-2 angeführt. Diese beiden Serien wurden jeweils bei Raumtemperatur geprüft und unterschieden sich nur hinsichtlich der thermischen Nachbehandlung im Zuge der Fertigung (siehe Tabelle 3-4). Bei den Proben der Prüfserie QZ-20 kam es ausschließlich zu Klebstoffbrüchen, wobei in den meisten Fällen geringe Faserspuren der Fügeteile feststellbar waren (siehe Anhang B-3). Dahingegen kam es bei den Probekörpern der Serie QZ-70 zu Mischbrüchen oder einem Versagen der Fügeteile im Bereich der Lasteinleitung. Beispiele der in Anhang B-3 angeführten Bruchbilder sind in der Abbildung 5-6 angeführt.







Abbildung 5-6: Versagen der Klebefuge (links) und typischer Mischbruch (rechts)

Darum wurde bei den letzten Proben dieser Serie (QZ-70-4 und QZ-70-5) der Querschnitt der Klebefuge von 33 x 25 mm auf 33 x 17,5 mm reduziert. Diese Querschnittsreduktion, welche das Versagen wieder auf den Bereich der Klebefuge lenken sollte, erfolgte mit Hilfe der Langlochbohrmaschine und ist in Abbildung 5-7 dargestellt.





Abbildung 5-7: Querzugprobekörper der Prüfgeometrie 1 vor der Modifikation (links) und danach (rechts)

Bei diesen beiden modifizierten Proben ergaben sich wesentlich geringe Querzugfestigkeiten, was auf ein Überhitzen des Klebstoffs beim Bohrvorgang und einer damit verbundenen Entfestigung zurückgeführt werden könnte. Auf Grund dieser möglichen thermischen Beeinflussung wurden die Probekörper QZ-70-4 und QZ-70-5 von der statistischen Auswertung ausgeschieden, weshalb sich die Probenanzahl der Serie QZ-70 auf 3 Stück reduzierte. Die Angaben zu den individuellen Probekörpern dieser Prüfserie sowie die zugehörigen Bruchbildern sind im Anhang B-3 angeführt.

Tabelle 5-2: Ergebnisse der Querzugversuche von Prüfgeometrie 1

Prüfserie	Anzahl [-]	Maximum [N/mm²]	Minimum [N/mm²]	Mittelwert [N/mm²]	COV [%]
QZ-20	5	10,43	4,22	8,27	32,8
QZ-70	3	12,91	9,73	11,42	14,0

Im Gegensatz zur Prüfgeometrie 1 bei der nur die Herstelltemperatur der Probekörper variiert wurde, erfolgte die Prüfung der Querzugprobekörper von Prüfgeometrie 2 zusätzlich auf unterschiedlichen Temperaturniveaus. Hierbei wurden Prüftemperaturen von 20 °C und 80 °C angewendet (siehe Tabelle 3-5). Der Grund für die Änderung der Prüfgeometrie war, dass dadurch ein Bruch im Lasteinleitungsbereich verhindert werden sollte. Daher wurde einerseits die Bohrung zur Aufnahme der Stabdübel vergrößert, die Gesamtbreite der Probe erhöht und die Breite der Klebefläche reduziert. Die Größe der Klebefläche ergab sich bei der Prüfgeometrie 2 mit 33 x 20 mm zu 660 mm². Von dieser Prüfkonfiguration wurden drei unterschiedliche Serien hergestellt, wobei die Serie QZ-70-R, deren



Prüfung wiederum bei Raumtemperatur erfolgte, zur Verifizierung der Ergebnisse aus Serie QZ-70 der Prüfgeometrie 1 diente. Die Serien QZ-70-D und QZ-20-D wurden, wie in Kapitel 3-3.2 beschrieben, vor dem Prüfvorgang, im Darrofen bei 80 °C klimatisiert, um sie sowohl mechanisch als auch thermisch zu belasten. Bei der Serie QZ-70-R ergaben sich Mischbrüche zwischen Klebstoff und Fügeteilen, jedoch waren die erhaltenen Bruchspannungen geringer als zuvor bei der Serie QZ-70 (vgl. Tabelle 5-2 mit Tabelle 5-3). Ein möglicher Grund für diesen Umstand könnte im stärkeren Einfluss allfälliger Lastexzentrizitäten begründet sein. Durch die schmalere Klebefuge bei den Proben der Prüfgeometrie 2 wirkten sich Exzentrizitäten im Lastangriff gravierender aus, da bei gleichen Imperfektionen höhere Randspannungen hervorgerufen werden.

Bei den klimatisierten Probekörpern konnten deutliche Reduktionen in der Festigkeit des Klebstoffs beobachtet werden. Während bei der Serie QZ-70-D noch Versuche an der Prüfmaschine möglich waren, zerfielen die meisten Proben der Prüfserie QZ-20-D unter ihrem Eigengewicht bei der Entnahme aus dem Darrofen. Von der Serie QZ-20-D konnte nur ein einziger Probekörper nach dem vorgesehenen Prüfaufbau getestet werden, weshalb diese Prüfserie aus der statistischen Auswertung ausschied. Bei den thermisch beanspruchten Probekörpern, welche geprüft werden konnten, ergaben sich reine Klebstoffbrüche, wobei bei manchen Bruchflächen Spuren von Faserbelägen erkennbar waren (siehe Anhang B-4). In der nachfolgenden Tabelle 5-3 sind die Ergebnisse aus der Spannungsermittlung für die verbliebenen beiden Prüfserien angeführt.

Tabelle 5-3: Ergebnisse der Querzugversuche von Prüfgeometrie 2

Prüfserie	Anzahl [-]	Maximum [N/mm²]	Minimum [N/mm²]	Mittelwert [N/mm²]	COV [%]
QZ-70-R	5	8,37	4,22	6,33	27,5
QZ-70-D	5	1,13	0,521	0,782	27,9

Um die Ergebnisse der Querzugversuche zu veranschaulichen, wurde der in Abbildung 5-8 dargestellte Scatterplot erstellt. Innerhalb einer Prüfgeometrie ergaben sich, wie bereits zuvor bei den Zugscherproben, höhere Festigkeiten, wenn der Aushärteprozess des Klebstoffs unter erhöhten Temperaturen erfolgte. Ein Umstand der auch durch den qualitativen Vergleich der Bruchbilder bestätigt werden konnte. Im Falle einer erhöhten thermischen Beanspruchung während des Prüfvorganges, kam es sowohl bei der Prüfserie QZ-20-D als auch bei QZ-70-D zu hohen Einbußen in der Festigkeit des Epoxidharzes. Hierbei stellte sich wiederum heraus, dass jene Probekörper, welche im Fertigungsprozess thermisch behandelt wurden, höher belastbar waren. Trotzdem war die Querzugfestigkeit der Prüfserie QZ-70-D um eine Zehnerpotenz geringer als jene Festigkeit, welche die baugleichen Probekörper der Serie QZ-70-R aufwiesen. Es ist also ein signifikanter Abfall der Klebstofffestigkeit mit zunehmender thermischer Beanspruchung zu verzeichnen.



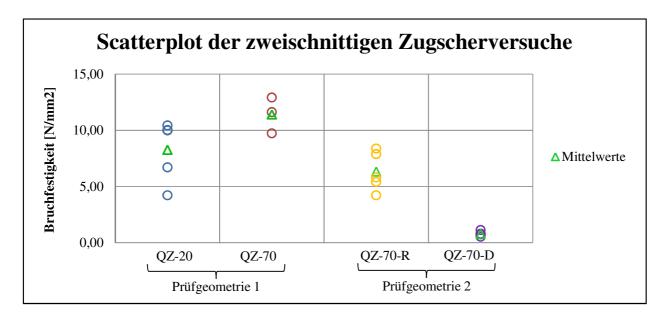


Abbildung 5-8: Gegenüberstellung der Querzugprüfserien im Scatterplot

Da im Rahmen der Querzugversuche nur zwei unterschiedliche Prüftemperaturen betrachtet werden konnten, sind in den nachfolgenden Diagrammen der Abbildung 5-9 Prüfwerte eines ähnlichen Epoxidharzes, welches ebenfalls weite Verbreitung im Bogenbau findet, dargestellt. Diese Daten des UHU PLUS ENDFEST 300 entstammen einem Technischen Merkblatt [34]. An der X-Achse ist die Höhe der thermischen Beanspruchung aufgetragen, wohingegen an der Y-Achse die Schubfestigkeit angeführt ist. Die eingetragenen Verläufe entsprechen unterschiedlichen Aushärtebedingungen des Klebstoffs, wobei sich auch in diesem Fall eine thermische Nachbehandlung des Klebers positiv auf die Festigkeitseigenschaften sowie die Wärmeformbeständigkeit auswirkt. Die Betrachtungen wurden weiters für zwei unterschiedliche Mischungsverhältnisse von Harz und Härter aufgestellt. Dabei entspricht das Mischungsverhältnis der linken Grafik dem, welches auch beim eingesetzten Epoxidharz EA-40 angewendet wurde und zusätzlich für eine erhöhte Wärmeformbeständigkeit sorgen soll. Ähnlich zu den eigenen Versuchen ist auch beim UHU ENDFEST PLUS 300 ein deutlicher Abfall der Klebstofffestigkeit mit zunehmender thermischer Beanspruchung gegeben. Diese Verläufe werden vom Hersteller als stufenweise linear angegeben.

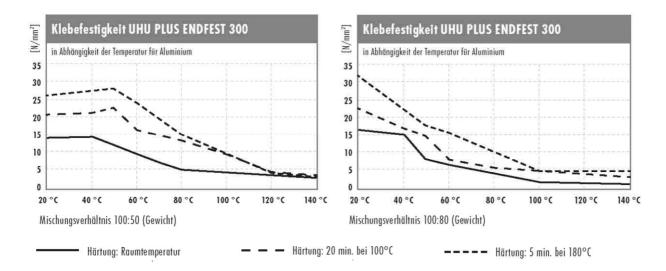


Abbildung 5-9: temperaturabhängige Schubfestigkeit des Klebstoffs UHU PLUS ENDFEST 300 [34]



Die in Abbildung 5-9 gezeigten Diagramme sollen hierbei nur zur Veranschaulichung der Abhängigkeit zwischen thermischer Beanspruchung und den Klebstofffestigkeiten dienen. Auf Basis der durchgeführten Untersuchungen ist davon auszugehen, dass sich auch für das verwendete Epoxidharz EA-40 ähnliche Verläufe ergeben.

### 5-2 RELAXATIONSVERHALTEN UND EIGENSPANNUNGEN

Anhand der in Kapitel 3-4 beschriebenen Relaxationsversuche, welche am Bogen 01 durchgeführt wurden, erfolgt im Zuge dieses Abschnitts die Analyse der daraus erhaltenen Messdaten. Diese Relaxationswerte stellen die Grundlage für die nachfolgende Eigenspannungsermittlung in den Fügeteilen des Sportbogens dar. Außerdem hat die Höhe der in den Fügeteilen verbliebenen Eigenspannungen auch einen wesentlichen Einfluss auf die Beanspruchung der Klebefugen. Die Überlegungen zu den fertigungsinduzierten Spannungen in Klebefugen werden in einer abschließenden Betrachtung anhand von Modellen erläutert.

#### 5-2.1 DIE MESSDATEN AUS DEM VERSUCH

Wie bereits erwähnt, setzt sich das betrachtete Bogenmodell aus vielen verschiedenen Materialien, welche teils sehr unterschiedliche Steifigkeiten aufweisen, zusammen. Neben E-Modul und dem Querschnitt der Lamelle bestimmt der angestrebte Krümmungsradius maßgeblich, wie stark die Lamelle durch die Formgebung beansprucht wird. Jedoch bleibt bei den meisten Materialien die Spannung, welche zum Zeitpunkt der Herstellung vorherrscht nicht in gleicher Höhe über eine längere Zeitspanne erhalten, da ein Teil in Form von Relaxation abgebaut wird. Die Höhe der Relaxation spiegelt sich direkt im Rückverformungsverhalten einer Lamelle wider. Hierbei bedeutet eine hundertprozentige Relaxation, dass sämtliche Eigenspannungen über die Dauer des betrachteten Zeitraums abgebaut werden und die Lamelle somit keine Rückverformungstendenz mehr zeigt. Ausgehend von diesen Überlegungen erfolgt anschließend die Gegenüberstellung des Rückverformungsverhaltens der aus dem Bogen 01 herausgelösten Lamellen, welche aus unbeschädigten Abschnitten entnommen wurden.

In der Abbildung 5-10 sind ein Carbon- und ein Glasfaserlaminatstreifen dargestellt, welche beide aus demselben Abschnitt A2 herausgelöst wurden. Obwohl diese Lamellen relativ ähnliche Bauteilsteifigkeiten sowie nahezu idente Anfangskrümmungsradien aufweisen, ergaben sich vollkommen unterschiedliche Rückverformungstendenzen. Bedingt durch die hohe Relaxation des Glasfaserlaminats, behält dieses nahezu die Krümmung des Bogens bei, während sich das Carbonfaserlaminat wieder vollständig zum ursprünglich geraden Zustand zurückverformt.

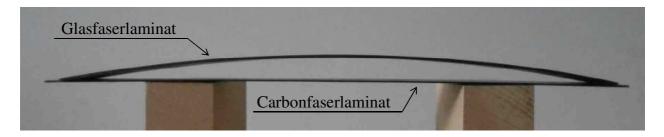


Abbildung 5-10: Vergleich der Rückverformung von Glasfaserlaminat und Carbonfaserlaminat

Eine zusammenfassende Darstellung sämtlicher geprüfter Lamellen ist in Tabelle 5-4 angeführt. Die Bestimmung des sich einstellenden Krümmungsradius  $R_2$  erfolgt nach der Gleichung (2.9). Unter



Kenntnis des Krümmungsradius im eingebauten Zustand  $R_1$  und jenem im ausgebauten Zustand  $R_2$  lässt sich die Höhe der Relaxation  $\chi$  nach Gleichung (2.10) ermitteln.

Tabelle 5-4: Ergebnisauswertung des Relaxationsversuchs

Lamelle	<i>R<sub>1</sub></i> * [mm]	s <sub>2</sub> * [mm]	h <sub>2</sub> * [mm]	R <sub>2</sub> * [mm]	χ* [%]
Bambuslamelle B4	560	262	3,4	2525	22,2
Bambuslamelle B5	225	162	3,5	939	23,7
Carbonfaserlaminat C2	560	262	~ 0	$\rightarrow \infty$	~ 0
Carbonfaserlaminat C4	560	273	~ 0	$\rightarrow \infty$	~ 0
Carbonfaserlaminat C5	225	162	~ 0	$\rightarrow \infty$	~ 0
Glasfaserlaminat G1	225	172	13,9	273	83,9
Glasfaserlaminat G2	560	262	11,8	733	74,8
Glasfaserlaminat G3	240	128	8,1	257	93,3
		I	I	L	I

\*Die angeführten Parameter sind im Zuge der Begriffsdefinitionen von Gleichung (2.9) und Gleichung (2.10) erläutert.

Die Bezeichnung der einzelnen Lamellen entspricht den Abschnitten aus welchen sie herausgelöst wurden (siehe Tabelle 3-6). Wie bereits in Kapitel 3-4 beschrieben, wurde versucht die Lamellen aus verschiedenen Abschnitten mit unterschiedlichen Krümmungsradien zu entnehmen, um eine möglichst allgemeine Aussage über das Relaxationsverhalten der untersuchten Lamellen zu treffen. In der nachfolgenden Tabelle 5-5 sind statistische Auswertungen zum Relaxationsverhalten der einzelnen Materialien angeführt. Beim Carbonfaserlaminat war kein Relaxieren festzustellen, weshalb anzunehmen ist, dass die fertigungsinduzierten Spannungen noch in voller Höhe vorhanden sind. Dahingegen weist das Glasfaserlaminat mit einem mittleren Relaxationswert von 84 % einen wesentlich geringeren, verbleibenden Eigenspannungsanteil auf. Entgegen der ursprünglichen Erwartungen relaxiert der Bambus mit einem Relaxationswert von 23 % kaum und behält den Großteil, der während der Fertigung induzierten Spannungen.

Tabelle 5-5: Zusammenfassung der Ergebniswerte aus dem Relaxationsversuch

statistische Kenngrößen	Bambuslamelle	Carbonfaserlaminat	Glasfaserlaminat
Mittelwert der Relaxation χ [%]	23,0	~ 0	84,0
COV der Relaxation χ [%]	4,6	~ 0	11,0

Um diese aus dem Versuch erhaltenen Werte zu veranschaulichen, ist in der Abbildung 5-11 die prozentuelle Höhe der verbleibenden Eigenspannungsanteile für alle untersuchten Lamellen aufgetragen. Hierbei bedeutet ein Wert von 100 %, dass die aus der Fertigung hervorgerufenen Spannungen noch in voller Höhe im jeweiligen Fügeteil des Bogens vorhanden sind.



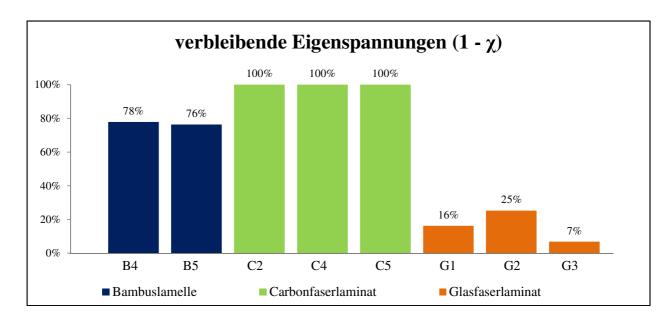


Abbildung 5-11: prozentuelle Gegenüberstellung der verbleibenden Eigenspannungsanteile

Bei den ermittelten Relaxationswerten ist zu berücksichtigten, dass es sich um die Lamellen eines Bogens handelt, welcher im Gebrauchsfall beschädigt wurde. Es ist also davon auszugehen, dass der Bogen 01 vor dem Versagenseintritt bereits mehrmals auf vollen Auszug gezogen wurde. Dieser Umstand ist dahingehend relevant, da er einen groben Eindruck von der Lastgeschichte des Sportbogens gibt. Im Kapitel 2-3 wurden bereits die drei wesentlichen Zustände, in welchen sich der Bogen befinden kann angeführt. Dazu zählen der unbespannte Zustand, der Zustand der Standhöhe und der Zustand des Vollauszugs. Jeder dieser Zustände ist durch ein bestimmtes Lastniveau sowie eine gewisse Belastungsdauer charakterisiert. Der unbespannte Eigenspannungszustand stellt einen quasiständigen Lastfall auf einem relativ geringen Lastniveau dar. Dahingegen kann der bespannte Grundzustand als kurzzeitige Phase auf mittlerem Lastniveau gesehen werden, da der Bogen nach jedem Gebrauch wieder entspannt werden sollte. Das Entlasten des Bogens nach dem Einsatz soll vor allem die Höhe der Relaxation und die damit verbundene, bleibende Verformungen reduzieren. Die höchste, jedoch auch kürzeste Beanspruchung stellt der Vollauszug des Bogens dar.

Je nachdem wie lange bzw. wie oft die einzelnen Zustände bereits durchlaufen wurden, hat dies direkten Einfluss auf das Relaxationsverhalten der Materialien. Es ist davon auszugehen, dass sich die Relaxationswerte eines gerade gefertigten Bogens, welcher noch nie geschossen wurde, von jenen, im Bogen 01 bestimmten Werten unterscheiden. Das im Versuch bestimmte Relaxationsverhalten stellt also einen zeit- und belastungsabhängigen Wert dar. Ein Grund für das hohe Relaxieren des Glasfaserlaminats könnte an der Druckbeanspruchung dieser Lamelle liegen. Obwohl ein noch nicht verwendeter Bogen theoretisch höhere Eigenspannungen aufweist, werden für die nachfolgenden Berechnungen die in Tabelle 5-5 angeführten Relaxationswerte herangezogen. Dies ist vor allem auf fehlende Kenntnisse hinsichtlich der genauen Lasthistorie und dem damit verbundenen Spannungsabbau zurückzuführen.

# 5-2.2 EIGENSPANNUNGEN DER FÜGETEILE

Ausgehend von der in Abbildung 3-16 angeführten, abschnittsweisen Unterteilung des Bogens erfolgte die Eigenspannungsermittlung der untersuchten Fügeteile. Die Berechnung der Eigenspannungen, welche auf der Gleichung (2.12) basiert, wurde auf die geringfügig kleinere Geometrie des Bogens 03 angepasst. Da die Eigenspannungen je nach Abschnitt sowohl günstig als auch ungünstig wirken können, wurde für



deren Ermittlung näherungsweise der mittlere E-Modul der Materialien herangezogen. In der nachfolgenden Abbildung 5-12 sind die Ergebnisse dieser Auswertung, welche für sämtliche Materialien durchgeführt wurde, dargestellt. Bedingt durch die abschnittsweise Annäherung durch Kreisbögen ist die Höhe der Eigenspannungen stufenweise konstant. Beim realen Bogen würden sich fließende Übergänge zwischen den einzelnen Abschnitten ergeben. Auf Grund der geringen Schichtdicke des laminaren Aufbaus wurde des Weiteren angenommen, dass die Ausgangsradien sämtlicher Lamellen eines Abschnitts die gleiche Größe aufweisen.

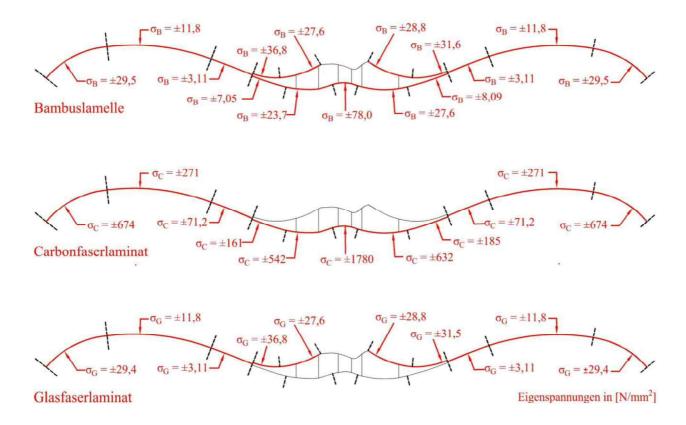


Abbildung 5-12: abschnittsweise ausgewertete Eigenspannungen der drei untersuchten Materialien

Durch den hohen E-Modul des Carbonfaserlaminats sowie dem Umstand, dass es bei diesem Material zu keiner Relaxation kommt, ergeben sich in dieser Schicht relativ hohe Randspannungen. Diese aus der Fertigung resultierenden Beanspruchungen führen im Bereich des kleinsten Ausrundungsradius zu Spitzenspannungen von bis zu 1780 N/mm². Obwohl das Glasfaserlaminat einen fast fünfmal höheren E-Modul als das Bambuslaminat aufweist, ist deren Eigenspannungsbelastung nahezu ident. Die Begründung hierfür liegt in dem sehr unterschiedlichen Relaxationsverhalten dieser beiden Materialien. Während im Glasfaserlaminat ein Großteil der Eigenspannungen abgebaut wird, relaxiert die Bambuslamelle in einem wesentlich geringen Umfang. Auf Basis dieser Eigenspannungsbelastung wird im Kapitel 5-5 die Gesamtauslastung des Bogens betrachtet.

#### 5-2.3 FERTIGUNGSINDUZIERTE SPANNUNGEN IN KLEBEFUGEN

Im Kapitel 4-1.2 wurde bereits das Grundprinzip hinter der fertigungsinduzierten Beanspruchung von Klebefugen erläutert. Im Zuge dieses Kapitels werden die dabei auftretenden Phänomene eingehender anhand von unterschiedlichen Modellen und Fallbeispielen diskutiert. Für die Beschreibung der



Klebefugenbeanspruchung hinsichtlich Querzug und Querdruck wird grundsätzlich zwischen zwei unterschiedlichen Systemen unterschieden. Hierbei besteht das erste System aus mehreren biegeweichen Lamellen, welche zusammen im Verbund wirken. Dahingegen setzt sich das zweite System aus einem starren Fügeteil und mehreren biegeweichen Lamellen, die darauf aufgeklebt sind zusammen (siehe Abbildung 5-13). Unter der Annahme, dass die Formgebung der Lamellen elastisch erfolgt und diese nicht zu 100 % relaxieren, weisen sie eine gewisse Rückstelltendenz zu ihrem ursprünglich geraden Zustand auf. Dies ist auch der Grund dafür, warum es beispielsweise bei gekrümmten Brettschichtholzträgern zu einer gewissen Rückverformung nach dem Pressvorgang kommt. Da jedoch die Summe der Einzelbiegesteifigkeiten der verklebten Lamellen wesentlich geringer ist als die Gesamtbiegesteifigkeit des zusammengesetzten Querschnitts, fällt diese Rückstelltendenz in der Regel nicht sehr hoch aus.

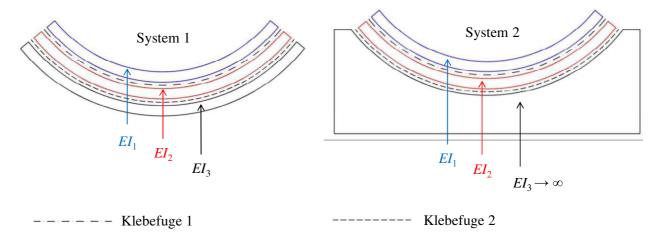


Abbildung 5-13: Verbund biegeweicher Lamellen (links) und auf starrem Fügeteil aufgeklebte Lamellen (rechts)

Auf Grundlage der in Abbildung 5-13 dargestellten Systeme werden mehrere Fallbeispiele diskutiert. Diese sollen aufzeigen, wie die fertigungsinduzierten Beanspruchungen in den Klebefugen zu verstehen sind. Eine Auflistung der einzelnen Fälle ist in der nachfolgenden Tabelle 5-6 angeführt, wobei im Zuge dieser Ausführungen nur auf die relevantesten Kombinationen hinsichtlich Querzug und Querdruck eingegangen wird.

Tabelle 5-6: Fallunterscheidung nach der Art der Klebefugenbeanspruchung

		Fall 1	Fall 2	Fall 3	
n 1	Steifigkeitsverhältnis	$EI_1 = EI_2 = EI_3$	$EI_1 > EI_2 > EI_3$	$EI_1 < EI_2 < EI_3$	
System	Beanspruchung	Keine Beanspruchung der Klebefugen	Querzug in Klebefuge 1 & 2	Querdruck in Klebefuge 1 & 2	
	Steifigkeitsverhältnis	$EI_1 = EI_2$	$EI_1 > EI_2$	$EI_1 < EI_2$	
S System S Beanspruchung		Keine Beanspruchung der Klebefuge 1	Querzug in Klebefuge 1	Querdruck in Klebefuge 1	
Š	Beanspruchung	für Klebefuge 2 gilt: Querzugbeanspruchung aus der Rückstelltendenz beider Lamellen in allen drei Fällen			



Der Fall 1 des ersten Systems entspricht einem typischen, gekrümmten Brettschichtholzträger mit homogenem Aufbau. Da bei diesem sämtliche Lamellen aus dem gleichen Material bestehen und denselben Querschnitt aufweisen, kommt es theoretisch zu keiner Beanspruchung der Klebefuge infolge des Rückstellvermögens der Lamellen. Dieser Umstand lässt sich dadurch erklären, dass die aller Rückstellkraft Lamellen, unter Voraussetzung identer Biegesteifigkeiten, Relaxationsverhalten und identem Krümmungsradius, gleich hoch sein muss und in dieselbe Richtung zeigt. Aus den Eigenspannungen in den Lamellen ergibt sich folglich keine resultierende Kraft in der Klebefuge. Praktisch weisen die einzelnen Lamellen immer geringfügig unterschiedliche Radien und Steifigkeiten auf, weshalb es zu fertigungsinduzierten Beanspruchungen im Klebstoff kommt. Diese Belastung in Dickenrichtung der Klebefuge fällt jedoch im Regelfall vernachlässigbar gering aus.

Im Gegensatz dazu bewirken unterschiedlich steife Lamellen im System 1 eine Beanspruchung der Klebefuge (siehe Fall 2 und 3). Je nachdem wie das Steifigkeitsverhältnis der einzelnen Lamellen zueinander ist, ergibt sich entweder eine günstige Querdruckbeanspruchung in der Klebefuge oder eine ungünstige Querzugbeanspruchung. Für den Fall das die steifere Lamelle in Richtung der Rückstelltendenz angeordnet ist, wird die dazwischenliegende Klebefuge auf Querzug beansprucht und wenn es sich umgekehrt verhält auf Querdruck.

Dieselben Prinzipien gelten auch für die erste Klebefuge des Systems 2, welche ebenfalls zwischen zwei biegeweichen Lamellen angeordnet ist. Dahingegen folgt die fertigungsinduzierte Beanspruchung in der Klebefuge 2 einer anderen Regel. Diese unterscheidet sich von den bisherigen Klebefugen dadurch, dass sie zwischen einer biegeweichen Lamelle und einem starren Fügeteil angeordnet ist. Während die biegeweiche Lamelle unter einem Eigenspannungszustand steht, ist der Fügeteil, dessen Rundung herausgefräst wurde, frei von Eigenspannungen und weist daher auch keine Rückstelltendenz auf. Dies führt dazu, dass die Rückstellkraft der biegeweichen Lamelle in voller Höhe auf der Klebefuge 2 lastet. Da mehrere Lamellen auf dem starren Fügeteil verklebt sind, summiert sich die Belastung, welche sich aus deren Rückstelltendenz ergibt. Es kann also festgestellt werden, dass mit zunehmender Lamellenanzahl die Belastung in der Klebefuge 2, welche zwischen dem starren Fügeteil und der untersten biegeweichen Lamelle liegt, steigt.

Werden diese Überlegungen auf den vorliegenden Sportbogen angewendet, so entsprechen die Wurfarme dem System 1, wohingegen das Griffstück mit den darüber laufenden Decklagen dem System 2 zuzuordnen ist. Anders als bei den meisten im Bauingenieurbereich vorkommenden Anwendungsfällen, werden die Lamellen des Sportbogens in sehr engen Radien verklebt. In Kombination mit den signifikant unterschiedlich steifen Schichten ergeben sich nach Ansicht des Verfassers fertigungsinduzierte Klebefugenbeanspruchungen, welche nicht mehr als vernachlässigbar gering zu erachten sind. Um diese Annahme zu verifizieren, wurde das in Kapitel 4-1.2 beschriebene Rechenmodell des elastisch gebetteten Balkens erstellt. Dieses Modell stellt einen Detailausschnitt des nach innen gerundeten Griffbereichs dar. Dieser Bereich, welcher bei den vorliegenden Bögen 01 und 02 im Gebrauchsfall versagt hat, ist die einzige Stelle des Griffs, bei der sich die Belastung aus dem Eigenspannungszustand und der äußeren Last ungünstig überlagern (siehe Abbildung 5-14). Bei allen anderen Bereichen des Griffstücks wirken die Spannungen infolge äußerer Last den fertigungsinduzierten Eigenspannungen in der Klebefuge entgegen. Der ungünstige Überlagerungsbereich, welcher von Wendepunkt zu Wendepunkt reicht, weist unter allen Abschnitten zusätzlich den geringsten Ausrundungsradius auf (siehe Abbildung 3-16). Grundsätzlich kann dieser, zwischen den Wendepunkten situierte Lamellenabschnitt, nicht vollkommen losgelöst von den benachbarten Bereichen betrachtet werden. Da jedoch zunächst das prinzipielle



Verhalten der Klebstoffschicht in Abhängigkeit von dessen Dehnsteifigkeit im Fokus stand, wurde das Rechenmodell auf den nach innen gerundeten Griffbereich mit konstantem Krümmungsradius reduziert.



Abbildung 5-14: Geometrie der Lamellenlagen im Griffbereich des Bogens

In der nachfolgenden Abbildung 5-15 sind die Querzugspannungsverläufe, welche im Zuge der FE-Berechnung bestimmt wurden, dargestellt. Für die Steifigkeit des Balkens wurde die Summe der Einzelbiegesteifigkeiten von den zugseitig laufenden Lamellen, unter Berücksichtigung des Relaxationsverhaltens, herangezogen. Die in der Legende angeführten Federsteifigkeiten c entsprechen unterschiedlichen Dehnsteifigkeiten des Klebstoffs, wobei die wesentlichsten Variationen angeführt sind.

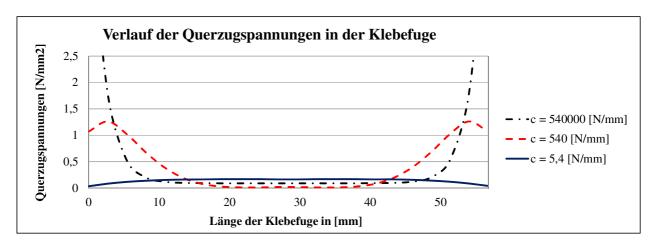


Abbildung 5-15: Verlauf der Querzugspannungen in Abhängigkeit der Federsteifigkeit

Wie bereits im Kapitel 5-1.1 erwähnt, handelt es sich bei den vorliegenden, dünnen Epoxidharzklebefugen um eine überaus starre Verbindung. Unter der Annahme, dass sich die Klebefuge aus vielen kurzen Klebstoffsäulen mit einer bestimmten zugewiesenen Fläche zusammensetzt, lässt sich deren Steifigkeit nach Gleichung (5.1) bestimmen.

$$c = \frac{E \cdot A}{t} \tag{5.1}$$

*c...* Federsteifigkeit [N/mm]

E... E-Modul des Klebstoffs [N/mm<sup>2</sup>]

A... Klebefläche [mm<sup>2</sup>]

t... Dicke der Klebefuge [mm]



Bei einem E-Modul des Klebstoffs von rund 1000 N/mm² und einer Klebstoffdicke von 0,05 mm ergibt sich nach Gleichung (5.1) eine Ersatzfedersteifigkeit von 5,4 x 10<sup>5</sup> N/mm für den in diskreten Abständen von 2,5 mm gelagerten Balken. Dieser Wert entspricht der höchsten in Abbildung 5-15 ausgewerteten Federsteifigkeit, und unterscheidet sich kaum noch von den Ergebnissen, welche aus einer unendlich steifen Bettung resultieren. Im Gegensatz dazu kommt es bei den wesentlich weicheren Bettungen nicht zu derartig hohen Spannungskonzentrationen im Randbereich. Es zeigt sich also, dass auch die Steifigkeit der Klebefuge einen erheblichen Einfluss auf die Höhe und Verteilung der fertigungsinduzierten Spannungen in dieser hat. Um die tatsächliche Klebefugenbeanspruchung im nach innen gerundeten Griffbereich des Bogens quantifizieren zu können, bräuchte es ein noch deutlich komplexeres Rechenmodell, welches jedoch im Umfang dieser Arbeit nicht mehr realisierbar war.

## 5-3 DAS STATISCHE VERHALTEN DES BOGENS

Im Zuge dieses Kapitels wird auf die Zustände, welche der Bogen während des Spannvorgangs durchläuft bzw. einnimmt eingegangen. Auf Grund der relativ geringen Geschwindigkeit beim Auszug des Bogens kann angenommen werden, dass dieser Prozess eine statische Beanspruchung darstellt, welche durch diskrete Gleichgewichtszustände angenähert werden kann (vgl. Kapitel 4-1.3). In den folgenden Betrachtungen wird das in der impliziten FE-Berechnung ermittelte Auszugsverhalten analysiert und es werden einzelne Zustände hinsichtlich der infolge äußerer Last auftretenden Spannungen untersucht.

#### 5-3.1 DIE AUSZIEHCHARAKTERISTIK

In der Abbildung 5-16 sind einzelne Verformungszustände des Bogens, welche aus dem statischen Rechenmodell abgeleitet wurden, gezeigt. An der linken Seite der Grafik ist der Bogen im unbespannten, unverformten Zustand. Dies stellt die gescannte Grundgeometrie des Bogens dar. Rechts davon sind Auszüge einzelner, errechneter Gleichgewichtzustände, welche von der Standhöhenlage bis zum Vollauszug reichen, veranschaulicht.

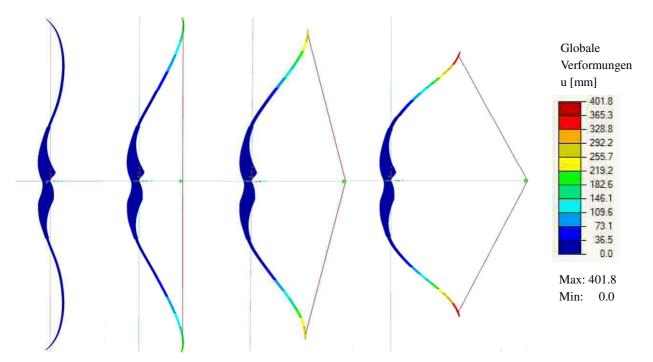


Abbildung 5-16: Verformungszustände aus der quasistatischen FE-Simulation



Auf Basis der im statischen FE-Modell berechneten Auszugscharakteristik, wurden Arbeitslinien des Bogens in Form von Auszugskraft-Weg-Diagrammen und Sehnenkraft-Weg-Diagrammen erstellt. Zur Ergebniskontrolle des Rechenmodells, wurden diese anschließend mit den Messdaten, welche aus dem Ganzbogenversuch entstammen, gegenübergestellt (siehe Kapitel 3-5.1). Die Auswertung der aus dem Versuch und dem FE-Modell ermittelten Daten ist in der Abbildung 5-17 und Abbildung 5-18 dargestellt.

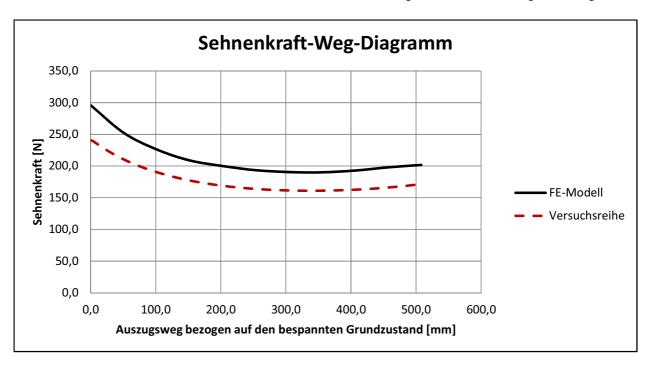


Abbildung 5-17: Gegenüberstellung der FE-Studie mit den Versuchsdaten im Sehnenkraft-Weg-Diagramm

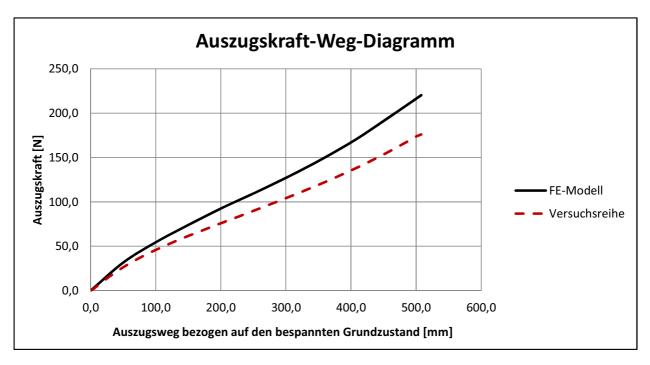


Abbildung 5-18: Gegenüberstellung der FE-Studie mit den Versuchsdaten im Auszugskraft-Weg-Diagramm



Bei der Analyse dieser Verläufe ergeben sich gewisse Unterschiede betreffend der Höhe der Sehnensowie der Auszugskraft. Es ist festzustellen, dass sich das statische Ganzbogenmodell in sämtlichen Auszugszuständen rund 15 % steifer verhält als der reale Bogen. Jedoch ist hervorzuheben, dass eine gute qualitative Übereinstimmung zwischen den Kennlinien aus Versuch und Modell vorliegt, da sich diese zueinander ähnlich verhalten. Bei dem vorliegenden Sportbogenmodell fällt die Sehnenkraft innerhalb der ersten 200 mm Spannweg rapide ab. Erst nahe dem Vollauszug kommt es wieder zu einem leichten Anstieg der in der Sehne wirkenden Zugbeanspruchung. Dieses Phänomen resultiert aus dem, sich während des Auszugs ändernden Winkel zwischen Wurfarm und Bogensehne. Während im Zustand der Standhöhe der Winkel noch relativ flach ist, erreicht dieser bei Vollauszug knapp 90°. Durch den auf diesem Wege größer werdenden Hebelsarm zwischen Sehnenkraft und Griffstück erfolgt eine effektivere Biegebeanspruchung des Wurfarms. Hierbei weist die für den Auszug benötigte Kraft einen nahezu linear ansteigenden Verlauf auf. Die Fläche unter dieser im Auszugskraft-Weg-Diagramm dargestellten Kurve stellt die innere Energie dar, welche beim Spannen des Bogens in dessen Wurfarmen gespeichert wird. Auf dieses Energiespeicherpotential wird im Kapitel 5-7 noch näher eingegangen.

Ein Grund für die höhere Steifigkeit des impliziten Rechenmodells könnte in der Modellierung des Übergangs zwischen Wurfarm und Griffstück begründet sein. Durch die Überlagerung der Steifigkeiten, welche sich aus den laminaren Decklagen und dem Volumenkörper ergeben, ist der Bogen im Griffbereich etwas steifer als es real der Fall ist (siehe Abbildung 4-7). Ein weiterer Einfluss geht von den Steifigkeitskennwerten der verwendeten Materialien aus. Jeder dieser Kennwerte weist einen gewissen Variationskoeffizienten auf, wodurch sich Abweichungen zwischen den im Bogen 03 verwendeten Lamellen und den in den Datenblättern angegebenen Mittelwerten ergeben.

## 5-3.2 SPANNUNGSVERLÄUFE IM BOGEN

Die Standhöhenlage und der Vollauszug stellen die wesentlichsten quasistatischen Belastungszustände im Bogen dar. Während beim vorgespannten Grundzustand die höchste Sehnenkraft vorherrscht, ergibt sich beim Vollauszug der größt mögliche Hebelsarm zwischen dieser Einzellast und dem Griffstück. In den nachfolgenden Ausführungen werden diese beiden Gleichgewichtszustände hinsichtlich der infolge äußerer Last hervorgerufenen Zug- und Druckrandspannungen analysiert. Auf die Schubspannungsverläufe wird in diesem Abschnitt nicht eingegangen, da ein Bogen in erster Linie auf Biegung beansprucht wird. Die im relativ steifen Griffbereich auftretende Schubspannungsbelastung wird im Zuge des Kapitels 5-5.2 analysiert. Um die aus dem FE-Modell erhaltenen Spannungen punktuell zu verifizieren, erfolgte eine nach dem n-Ziffer-Verfahren berechnete Spannungsermittlung, welche in Anhang C für den Zustand der Standhöhe und des Vollauszugs angeführt ist. Die dazu notwendigen Lasten entstammten den im Ganzbogenversuch durchgeführten Messungen.

In der nachfolgenden Abbildung 5-19 sind die Verläufe der Zug- und Druckrandspannugen für den bespannten Grundzustand sowie dem Vollauszug gezeigt. Diese beziehen sich jeweils auf die bereits verformte, wahre Länge des Bogens. Es kann festgestellt werden, dass der Vollauszug trotz der kleineren Sehnenkraft eine größere Belastung für den Bogen darstellt. Aus qualitativer Sicht sind die Verläufe aus dem bespannten Grundzustand mit jenen des Vollauszugs nahezu ident. Vom Nockpunkt bis zu jenem Bereich in dem der Wurfarm in das Griffstück übergeht, ist ein nahezu linearer Anstieg der Randnormalspannungen zu verzeichnen. Da sich mit dem Beginn des Griffstücks der Querschnitt zunehmend aufweitet, kommt es zu einer rapiden Abnahme der Randnormalspannungen. Bedingt durch den Umstand, dass die druckseitigen Lamellen nahe der Griffmitte enden, ergeben sich dort die Randspannungen zu null. Dahingegen laufen an der Zugseite die Lamellen durch, weshalb es dort nie zu



einem vollständigen Abbau der Normalspannungen kommt. Diese sind in Griffmitte und an der Seite des oberen Wurfarmes etwas höher, da es zu einer Querschnittsverjüngung der dort verlaufenden Lamellen kommt. Diese Reduktionen des Querschnitts ergeben sich durch die Ausrundung im Griff und das eingelassene Schussfenster (siehe Abbildung 2-8).

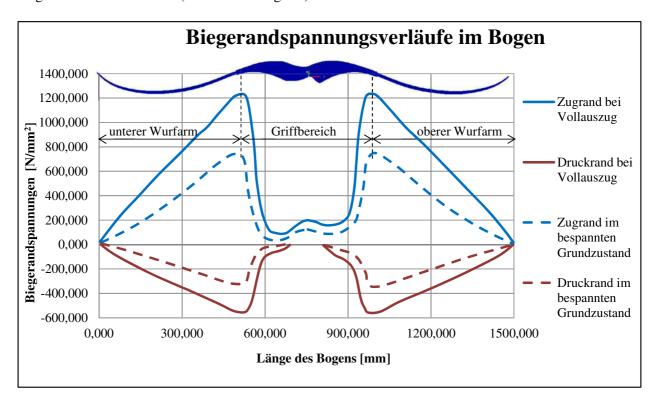


Abbildung 5-19: Verlauf der Zug- und Druckspannugen für den Vollauszug und den bespannten Grundzustand aus der FE-Berechnung

Die im Anhang C angeführte Kontrollrechnung wurde punktuell für den hochbeanspruchten Übergangsbereich zwischen Wurfarm und Griff durchgeführt. Hierbei ergaben sich beim FE-Modell wiederum rund 15 % höhere Spannungen als es real der Fall sein dürfte. Konservativ wird jedoch mit diesen leicht erhöhten Spannungen weitergerechnet.

Beim qualitativen Vergleich der errechneten Spannungsverläufe mit anderen Bogentypen ergeben sich gewisse Unterschiede hinsichtlich deren Spannungsverteilung. Bei den meisten Langbögen ist der Wurfarmquerschnitt an den Verlauf der Biegemomentenbeanspruchung angepasst. Dadurch ergibt sich eine wesentlich gleichmäßigere Normalspannungsverteilung über die Länge des Bogens (vgl. Kapitel 2-3.1). Ein möglicher Grund warum der Wurfarm des vorliegenden Recurvebogens sich nicht stärker zu den Nockpunkten verjüngt, könnte in der geringeren Torsionssteifigkeit eines noch kleineren Querschnitts begründet sein. Da die Recurves in der Regel stärker verformt werden als die Wurfarmenden eines Langbogens neigen diese bei gleichem Zuggewicht und Querschnitt auch eher zum Verdrehen. Dieses Verdrehen kann einerseits aus einer leicht exzentrisch angreifenden Sehnenkraft resultieren oder durch Imperfektionen im Wurfarm. Solche Imperfektionen sind dann besonders kritisch, wenn sich Unterschiede in Querrichtung des Bogens ergeben. Wird beispielsweise eine Holzlamelle mit unterschiedlich breiten, stehend angeordneten Jahresringen verwendet, so ist eine Seite zwangläufig steifer und schwerer als die andere. Folglich kommt es zu einem Verdrehen der Wurfarme bzw. zu einem Stabilitätsproblem. Auf die genauere Untersuchung des Stabilitätsverhaltens des Bogens bzw. auf die Torsionssteifigkeit der Wurfarme wird im Zuge dieser Arbeit nicht eingegangen.



## 5-4 DAS DYNAMISCHE VERHALTEN DES BOGENS

Im Gegensatz zum Spannvorgang, welcher einer quasistatischen Belastung entspricht, stellt der Abschussvorgang eines Bogens eine dynamische Entlastung dar. Ein wesentlicher Unterschied zu den statischen Betrachtungen ist, dass die Eigenschaften des Pfeils den Abschussvorgang wesentlich beeinflussen (siehe Kapitel 2-2). Dieser Abschnitt handelt sowohl vom Verhalten des Pfeils während des Abschusses als auch vom anschließenden Nachschwingen der Wurfarme.

#### 5-4.1 DER ABSCHUSS DES PFEILS

Wie bereits erwähnt, beziehen sich die Ergebniswerte der durchgeführten Abschusstests als auch die zugehörige FE-Studie auf einen bestimmten Pfeil. Dieser war bewusst möglichst biegeweich und leicht gewählt um ein möglichst signifikantes Nachschwingverhalten des Bogens zu erhalten. Außerdem stellt ein leichterer Pfeil auch eine höhere Beanspruchung für den Bogen dar, weil mehr der gespeicherten Energie in dessen Wurfarmen dissipieren muss. Um den verwendeten Messpfeil möglichst realitätsnah im FE-Modell abbilden zu können, war neben der Steifigkeit auch die Kenntnis über dessen Massenverteilung entscheidend (siehe Abbildung 5-20).



Abbildung 5-20: Verteilung der Massen im verwendeten Messpfeil

Das auf Basis dieser Angaben modellierte Pfeilmodell, ergab zusammen mit dem Modell des Bogens ein Gesamtsystem, welches eine Analyse des dynamischen Abschussvorganges möglich machte. Eine Gegenüberstellung zwischen FE-Studie und praktischem Versuch ist in Abbildung 5-21 dargestellt.



Abbildung 5-21: Gegenüberstellung einzelner Abschussphasen aus FE-Simulation und praktischem Versuch



Hierbei wurde das vom Versuch aufgenommene Hochgeschwindigkeitsvideo mit der Abschusssimulation des FE-Modells synchronisiert. Dies war notwendig da im Gegensatz zum realen Abschusstest, bei dem 3000 Bilder pro Sekunde aufgenommen wurden, es beim FE-Modell nur 1000 Bilder pro Sekunde waren. Weiters wurde der Bogen derart ausgerichtet und skaliert, dass einerseits gleiche Maßstäbe vorherrschten und andererseits der Abschuss unter demselben Winkel erfolgte.

Bei der Analyse dieses Abschusses zeigte sich, dass bei der FE-Simulation der Pfeil geringfügig früher den Bogen verließ als es real der Fall war (siehe Abbildung 5-21). Ein Grund für diesen Umstand könnte an dem fehlenden Luftwiderstand im FE-Modell liegen. Um den daraus resultierenden Effekt abzuschätzen, wurde der sich während des Abschusses aufbauende Staudruck analysiert. Dieser lässt sich allgemein nach Gleichung (5.2) bestimmen.

$$p = \frac{1}{2} \cdot c_w \cdot \rho_{Luft} \cdot A \cdot v^2 \tag{5.2}$$

p... Staudruck [N]

 $c_{\rm w}$ ... Strömungswiderstandsbeiwert [-]

 $\rho_{\text{Luft}}$ ... Rohdichte der Luft [kg/m<sup>3</sup>]

A... Fläche der Wurfarme [m<sup>2</sup>]

v... Tangentialgeschwindigkeit der Wurfarme [m/s]

Da der Pfeil und die Sehne einen sehr kleinen Querschnitt gegenüber den Wurfarmen aufweisen, können diese näherungsweise vernachlässigt werden. Die Tangentialgeschwindigkeit der Wurfarmflächen ist von deren Abstand zum Griff abhängig, weshalb eine Aufteilung in einzelne diskrete Abschnitte von ungefähr gleicher Länge erfolgte (siehe Tabelle 5-7). Hierbei befindet sich der Abschnitt 1 beim Nockpunkt des Bogens und Abschnitt 6 grenzt an das Griffstück an. Dabei wird angenommen, dass die am Wurfarmende ermittelte Tangentialgeschwindigkeit von rund 22,0 m/s linear zum Griffstück abnimmt. Durch die plattenförmige Struktur der Wurfarme wird ein  $c_{\rm w}$ -Wert von 2,0 für die Berechnung des Staudrucks angesetzt.

Tabelle 5-7: Aufteilung der Wurfarmflächen zur Berechnung des Staudrucks

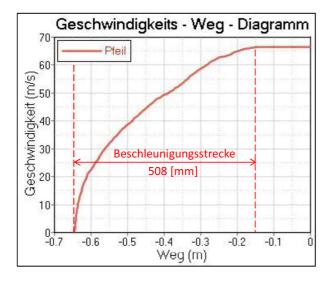
Abschnitte / Wurfarm	Fläche A [m²]	Geschwindigkeit v [m/s]	Staudruck p [N]
1	2,15* 10 <sup>-3</sup>	22,0	1,30
2	2,11* 10 <sup>-3</sup>	18,3	0,88
3	2,24* 10 <sup>-3</sup>	14,6	0,60
4	2,40* 10 <sup>-3</sup>	11,0	0,36
5	2,52* 10 <sup>-3</sup>	7,33	0,17
6	2,58* 10 <sup>-3</sup>	3,67	0,04

Die Summierung der einzelnen in Tabelle 5-7 angeführten Staudrücke ergibt einen resultierenden Druck von lediglich 3,4 N pro Wurfarm bzw. von 6,8 N für den gesamten Bogen. Dieser Bremseffekt infolge Luftwiderstand ist daher von untergeordneter Bedeutung.



Neben diesem äußeren Einfluss ist auch das Materialverhalten als mögliche Ursache zu nennen. Im FE-Modell wurde dieses bei allen eingesetzten Werkstoffen als rein linear elastisch definiert. Jedoch ist beim realen Bogen davon auszugehen, dass sich einzelne im Bogen verwendete Materialien nicht zu 100 % elastisch verhalten, sondern einen geringen viskosen Anteil aufweisen. Dieses viskoelastische Materialverhalten führt dazu, dass keine vollständige Energieabgabe zur Beschleunigung von Pfeil, Sehne und Wurfarme möglich ist.

Ein weiterer Aspekt ist die Art der Sehnenfreigabe. Während beim FE-Modell der Abschussvorgang schlagartig eingeleitet wird, ergibt sich beim realen Bogen durch das Abgleiten der Bogensehne an den Fingern eine gewisse Reibung, die den Abschuss bremst. Dies spiegelt sich auch im Geschwindigkeits-Weg-Diagramm des Pfeils wieder. Dieses ist in Abbildung 5-22 für den virtuellen sowie den realen Pfeil ausgewertet. Beim Geschwindigkeitsverlauf, welcher sich aus der Simulation ergibt, ist am Beginn ein rasanter Anstieg der Geschwindigkeit zu verzeichnen. Dahingegen tritt beim Abschussbeginn des realen Pfeils ein flacherer Anstieg auf. Dies wirkt sich neben den anderen angeführten Aspekten auf die Geschwindigkeit des Pfeils beim Verlassen des Bogens aus. Während beim realen Bogen eine Abschussgeschwindigkeit von rund 60 m/s erreicht wurde, ergibt sich aus der FE-Studie eine maximale Pfeilgeschwindigkeit von 67 m/s.



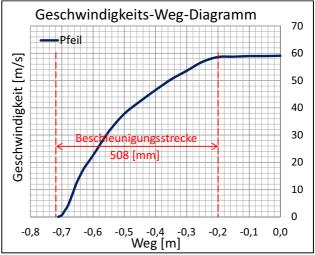


Abbildung 5-22: Geschwindigkeits-Weg-Diagramm aus der FE-Studie (links) und dem Abschusstest (rechts)

Der Startpunkt des Abschusses ist in der FE-Berechnung rund 60 mm versetzt, was daran liegt, dass der Nockpunkt des Pfeils beim Simulationsstart sich nicht genau am Koordinatenursprung befindet. Jedoch beträgt der Auszug des Bogens in beiden Fällen 508 mm, wodurch einerseits die gleiche Beschleunigungsstrecke gegeben ist und andererseits die gleiche gespeicherte Energiemenge für dessen Beschleunigung zur Verfügung steht. Eine gleich hohe Energiemenge setzt neben identem Spannweg auch voraus, dass die Steifigkeit des dynamischen Modells der des realen Bogens entspricht. Auf diesen Aspekt wird in Kapitel 5-4.2 näher eingegangen.

In der nachfolgenden Abbildung 5-23 ist das aus der FE-Studie abgeleitete und gefilterte Beschleunigungs-Zeit-Diagramm des Pfeil dargestellt. Hieraus resultiert ein kurzzeitiger Spitzenwert in Höhe der 800-fachen Erdbeschleunigung. Es ergibt sich also eine dynamische Pfeilbeanspruchung, welche in Abschussrichtung wirkt und rund 800-mal höher ist als die statische Einwirkung infolge Eigengewicht. Diese hohe, impulsartige Last führt zu einer enormen Beanspruchung des Pfeils. Das ist auch der Grund warum diese vor jedem Einsatz auf etwaige Schäden kontrolliert werden sollten, da es



ansonsten zu einem Pfeilbruch während des Abschusses kommen könnte. Weiters ergibt sich aus der FE-Studie eine Abschusszeit von 13 Millisekunden. Diese ist beim realen Bogen durch die Art der Sehnenfreigabe, welche durch den Bogenschützen erfolgt, etwas höher.

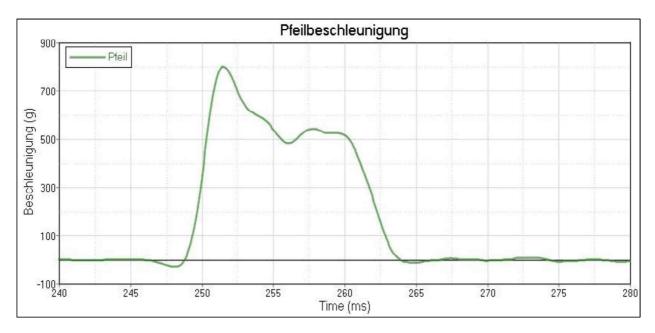


Abbildung 5-23: Beschleunigungs-Zeit-Diagramm aus der FE-Studie

Durch das bei diesem Bogen weit ausgeschnittene Schussfenster, war keine nennenswerte Schwingbewegung des Pfeils um die vertikale Achse feststellbar. Auf das anschließende Flugverhalten des Pfeils in Richtung Ziel und den damit verbundenen Höhenabfall wird im Zuge dieser Untersuchung nicht eingegangen.

#### 5-4.2 DAS NACHSCHWINGVERHALTEN DES BOGENS

Nachdem im vorherigen Abschnitt primär das Verhalten des Pfeils beim Abschuss analysiert wurde, erfolgt an dieser Stelle die Betrachtung der Wurfarmbewegung bzw. deren Nachschwingen. Zu diesem Zweck ist in der Abbildung 5-24 die Bewegung der Wurfarme über die Dauer der Hochgeschwindigkeitsaufnahme dargestellt.

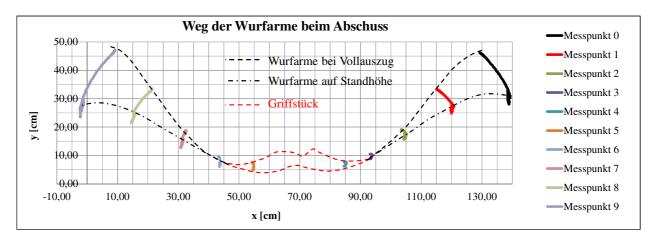


Abbildung 5-24: Bewegung der Messpunkte beim dynamischen Abschusstest



Jeder dieser Verläufe steht für einen am Wurfarm angebrachten Messpunkt, deren Zuordnung in Abbildung 3-30 angeführt ist. Während des Abschusses bewegen sich diese vom voll ausgezogenen Zustand zu ihrer Standhöhenlage, bei der auch der Pfeil den Bogen verlässt. Nach dem Verlassen des Pfeils wird die Sehne durch die weitere Vorwärtsbewegung der Wurfarme straff gezogen, was dazu führt, dass diese schlagartig abgebremst werden. Es folgt eine Schwingung des Bogens um dessen Standhöhenlage, welche primär durch das periodische Straffziehen und Entlasten der Sehne gedämpft wird. Hierbei hat das Steifigkeitsverhältnis zwischen den Wurfarmen und der Bogensehne einen wesentlichen Einfluss darauf, wie sich dieser Schwingvorgang verhält und wie rasch die im Bogen verbliebene Energie dissipiert.

Dieses Nachschwingen der Wurfarme lässt sich auch anhand der in Abbildung 5-24 dargestellten Bewegung der Messpunkte nachvollziehen. Die Verschiebungen der Messpunkte ergeben sich primär aus der Schwingbewegung der Wurfarme, beinhalten jedoch auch Anteile eines beim Abschuss entstehenden Impulses. Dieser Impuls wird in der Fachsprache als Handschock bezeichnet und bewirkt eine Translationsbewegung des Bogens, welche in Längsrichtung des Pfeils erfolgt. Die Bewegung resultiert aus der nachgiebigen Lagerung des Griffs durch den Arm des Bogenschützen. Beim FE-Modell wurde das Griffstück näherungsweise starr gelagert.

Zur Analyse des eben beschriebenen Nachschwingverhaltens sind in der nachfolgenden Abbildung 5-25 die Bewegungen der Messpunkte eines Wurfarmes über die Zeit aufgetragen. Der betrachtete Zeitabschnitt entspricht den ersten 35 Millisekunden nach dem Verlassen des Pfeils. Der Messpunkt 0, welcher die größte Amplitude aufweist, liegt hierbei am Wurfarmende, während der Messpunkt 4 im relativ biegesteifen Griffbereich positioniert ist. Da diese ebene Schwingung neben dem hier aufgetragenen y-Anteil auch einen Anteil in x-Richtung aufweist, muss die Höhe der Amplitude entsprechend dem Cosinusanteil um rund 10 % erhöht werden. Dadurch ergibt sich für den Messpunkt 0 eine anfängliche Amplitudenhöhe von rund 25 mm.

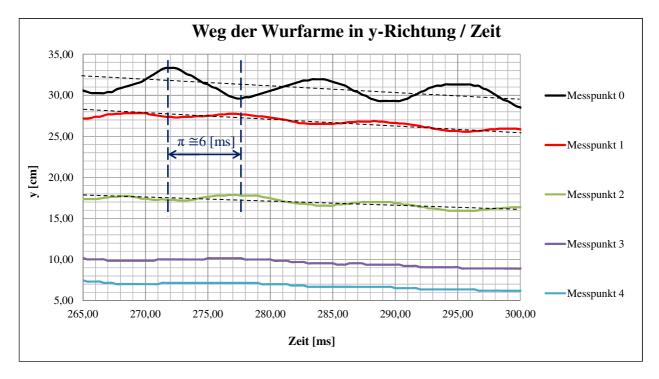


Abbildung 5-25: Analyse des Nachschwingverhaltens anhand der Messpunkte eines Wurfarmes



Je näher die Messpunkte am Griffstück liegen, desto geringer ist die Höhe der Ausschläge. Weiters ist festzustellen, dass die Messpunkte 1 und 2 phasenversetzt zum Messpunkt 0 schwingen. Dieser Versatz beträgt 6 Millisekunden und entspricht somit einer halben Periodendauer (siehe Abbildung 5-25). Dadurch, dass die beiden Wurfarme über die Sehne gekoppelt sind, schwingen die jeweils gegenüberliegenden Messpunkte zueinander synchron.

Um die Beanspruchung des Bogens während der dynamischen Entlastung abzuschätzen, wurde der in Abbildung 5-26 angeführte, zeitabhängige Biegemomentenverlauf ausgegeben. Die Auswertung dieser Schnittgröße erfolgte für den Übergangsbereich zwischen Wurfarm und Griffstück. Es handelt sich um jenen Bereich, welcher auch im Zuge der quasistatischen Betrachtungen die höchsten Zug- und Druckrandspannungen aufwies (siehe Abbildung 5-19). Auch die im Anhang C angeführte Kontrollrechnung bezieht sich auf denselben Bezugspunkt. Beim Vergleich der Biegemomenteneinwirkung, welche für den bespannten Grundzustand und den Zustand des Vollauszugs ermittelt wurde, ergab sich eine gute Übereinstimmung zwischen Kontrollrechnung und expliziter FE-Analyse. Des Weiteren sind in der Abbildung 5-26 jene Phasen, welche über die Simulationsdauer durchlaufen werden, hervorgehoben. Es zeigt sich, dass der Gleichgewichtszustand des Vollauszugs die höchste Biegemomentenbeanspruchung für den Bogen darstellt, da mit dem Einleiten des Abschusses und der anschließenden dynamischen Entlastung diese wieder abfällt. Beim nachfolgenden Schwingvorgang, dessen durchschnittliche Beanspruchung jener des bespannten Grundzustandes entsprach, waren die höchsten Ausschläge rund 25 % unter dem statischen Volllastniveau.

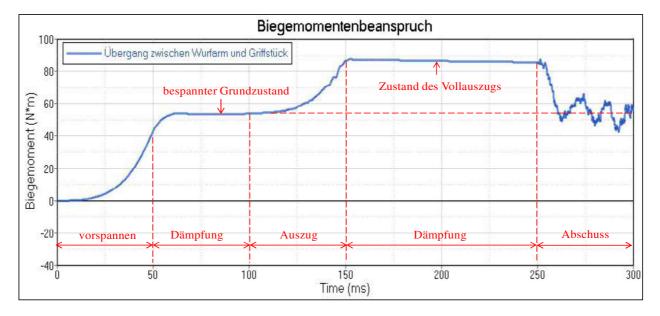


Abbildung 5-26: zeitabhängige Biegemomentenbeanspruchung im Übergang zwischen Wurfarm und Griffstück aus der FE-Berechnung

Auf Basis dieser Analyse lässt sich nicht mit Sicherheit feststellen, ob der statische Zustand des Vollauszugs oder der anschließende Schwingvorgang auf geringerem Lastniveau eine größere Belastung für den Bogen darstellt. Um eine mögliche Schädigung einzelner Komponenten infolge Schwingbeanspruchung feststellen zu können, müssten entsprechend hochfrequente Dauerschwingversuche durchgeführt werden. Diese waren im Umfang dieser Arbeit nicht mehr möglich. Jedoch kam es laut Aussage des Auftraggebers bereits während dem Spannvorgang oder dem Vollauszug zum Versagen der Bögen 01, 02 und 04. Dass war neben der leichteren Realisierbarkeit auch der Hauptgrund dafür, weshalb der Großteil der Untersuchungen wie etwa die Klebstoffprüfungen statisch erfolgten.



## 5-5 DIE AUSLASTUNG DES BOGENS

Aus der Summe der Ergebnisse, welche aus den vorangegangenen Einzelbetrachtungen resultieren, wird in diesem Kapitel ein Gesamtbild der meistbeanspruchten Bereiche des Bogens 03 aufgezeigt. Hierbei liegt ein besonderer Fokus auf den nach innen gekrümmten Griffbereich des Sportbogens, welcher als Ursprung des Delaminierungsproblems angesehen wird und die vorliegende Untersuchung ausgelöst hat. Da dem Verfasser keine Norm zur Bemessung von Bögen bekannt ist und das vorliegende System in manchen Bereichen an die Grenzen der Belastbarkeit ausgereizt sein dürfte, erfolgen die anschließenden Betrachtungen auf charakteristischem Niveau. Demnach werden weder materialseitig noch einwirkungsseitig Teilsicherheitsbeiwerte angesetzt. Dieser Umstand ist nach Ansicht des Verfassers deswegen gerechtfertigt, da beim Versagen eines Bogens keine unmittelbare Gefährdung von Leib und Leben des Nutzers besteht und auch der finanzielle Schaden sich in aller Regel in Grenzen hält.

#### 5-5.1 DIE BEANSPRUCHUNG DER WURFARME

Wie bereits erwähnt werden die Wurfarme des Bogens primär auf Biegung und infolge dessen durch Normalspannungen belastet. Hierbei ergibt sich einerseits ein Anteil aus dem herstellungsbedingten Umformprozess der Lamellen und andererseits aus der äußeren Lasteinwirkung des Gebrauchfalls. Diese Einzelbetrachtungen sind in Abbildung 5-12 und Abbildung 5-19 angeführt. Werden die ermittelten Eigenspannungen mit den Verläufen aus der quasistatischen Beanspruchung des Vollauszugs überlagert, so kommt es je nach Bogenabschnitt zu einer günstigen oder ungünstigen Überlagerung. Dieser Umstand wird anhand der nachfolgenden Abbildung 5-27 schematisch aufgezeigt. Der hier dargestellte Bogen 03 befindet sich im unbespannten Zustand und weist infolge dessen nur Eigenspannungen auf. Da die Wurfarme über einen Großteil ihrer Länge reflex geformt sind, kommt es bogenrückenseitig zu Druckeigenspannugen, während bogenbauchseitig Zugeigenspannugen vorherrschen. Diese wirken den Spannungen infolge äußerer Last entgegen, wodurch es zu einer günstigen Überlagerung kommt. Dahingegen sind die rot markierten Wurfarmbereiche, welche direkt am Griffstück anschließen leicht deflex geformt. Folglich tritt der gegenteilige Effekt ein, da es zu einer ungünstigen Spannungsüberlagerung kommt. Außerdem sind dies auch jene Stellen, welche ohnehin mit den höchsten äußeren Beanspruchungen beaufschlagt sind (siehe Abbildung 5-19). Daher erfolgt im nächsten Schritt eine spannungstechnische Analyse dieser hochbeanspruchten Wurfarmbereiche

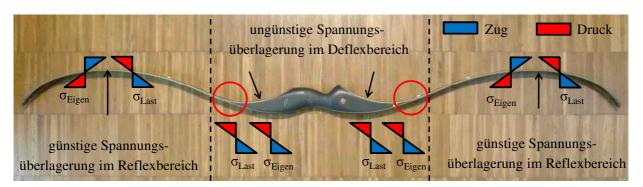


Abbildung 5-27: Bereiche günstiger und ungünstiger Biegespannungsüberlagerungen

Die Abbildung 5-28 zeigt die Überlagerung der im Wurfarmquerschnitt auftretenden Eigenspannungen mit den Spannungen infolge äußerer Last. Es ist festzustellen, dass der Hauptanteil der Normalspannungen in diesem Abschnitt aus den äußeren Lasten resultiert. Diese sind für den hier



gezeigten Vollauszug des Bogens am höchsten. Durch die relativ steifen Randlamellen, welche aus faserverstärkten Kunststoffen bestehen, kommt es dort zu hohen Spannungskonzentrationen. Die Überlagerung der beiden Spannungsanteile ergibt eine maximale Zugrandspannung von rund 1400 N/mm², während es am druckseitigen Rand etwa 600 N/mm² sind. Dieser große Unterschied resultiert aus den unterschiedlich hohen E-Modulen zwischen dem zugseitigen Carbonfaserlaminat und dem druckseitig eingesetzten Glasfaserlaminat. Ein weiterer Aspekt, welcher noch miteinfließt, ist das verschieden stark ausgeprägte Relaxationsverhalten der einzelnen Materialien. Beim Glasfaserlaminat kommt es zu einem fast vollständigen Abbau der Eigenspannungen.

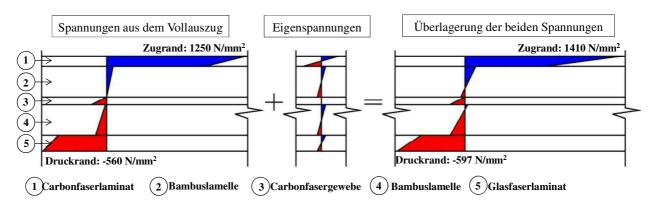


Abbildung 5-28: Überlagerung der Eigenspannungen mit den Spannungen infolge äußerer Lasteinwirkung

Um die Auslastung der einzelnen Lamellen abzuschätzen, wurden diese den charakteristischen Festigkeitskennwerten gegenübergestellt (siehe Tabelle 5-8). Die verwendeten Zug- und Druckfestigkeiten entstammen den angeführten Produktdatenblättern und Publikationen. Beim Bambus handelt es sich um den 5 % Quantilwert der Festigkeit und bei den faserverstärkten Kunststoffen um den Mindestwert. Beim Carbonfaserlaminat ergibt sich für den Zustand des Vollauszugs eine 58 prozentige Auslastung, wohingegen beim Glasfaserlaminat und den Bambuslamellen die Festigkeitswerte überschritten werden. Die theoretische Auslastung des Glasfaserlaminats beträgt 111 %. Wäre die einwirkende Spannung infolge Vollauszug nicht konservativ um 15 % erhöht angesetzt worden, dann würde die Auslastung des Glasfaserlaminats rund 96 % betragen. Jedoch werden von diesem Typ auch Bögen mit höherem Zuggewicht gefertigt, was folglich in einer höheren Beanspruchung resultiert. Daher ist dieser druckseitige Bereich des Bogens als äußerst kritisch zu beurteilen.

Tabelle 5-8: maximale Auslastung der Lamellen

	Carbonfaser- laminat	Glasfaser- laminat	Bambuslamelle
Zugbeanspruchung σ <sub>t,0,k</sub> [N/mm <sup>2</sup> ]	1410	_	90
charakteristische Zugfestigkeit f <sub>t,0,k</sub> [N/mm²]	2413 [1]	_	39,9 [5]
Druckbeanspruchung σ <sub>c,0,k</sub> [N/mm <sup>2</sup> ]		597	130,0
charakteristische Druckfestigkeit f <sub>c,0,k</sub> [N/mm <sup>2</sup> ]		536 [2]	34,4 [5]
Auslastung [%]	58,4	111,4	225,6 / 377,9



Bei den zwischenliegenden Bambuslamellen ergibt sich eine theoretische Auslastung von mehreren 100 % gegenüber den einwirkenden Zug- und Druckbeanspruchungen. Die vorliegenden Festigkeitswerte des Bambus beruhen auf Proben in Bauteilgröße, welche denselben E-Modul und dieselbe Rohdichte aufweisen wie die im Bogen eingesetzten Lamellen. Trotzdem ist anzunehmen, dass die Festigkeiten der vorliegenden Kleinproben höher sind, als jene von Sharma et. al. [5] ermittelten Werte. Um dies zu validieren bräuchte es jedoch noch weiterer Versuche.

Da die Bambuslagen von den faserverstärkten Kunststoffen umgeben sind, ist davon auszugehen, dass lokale Überbelastungen im Bambus nicht zwangsläufig zu einem Versagen, jedoch zu einer Schwächung des Bogens führen können. Bei den praktischen Versuchsdurchführungen kam es weder im statischen noch im dynamischen Fall zu feststellbaren Schäden des Bogens 03. Jedoch ist eine mögliche Mikrorissbildung in den Bambuslamellen nicht mit Sicherheit auszuschließen.

#### 5-5.2 DIE BEANSPRUCHUNGEN IM GRIFFBEREICH

Dieser Bereich des Bogens ist durch die Interaktion der biegeweichen Lamellen mit dem relativ starren Griffstück gekennzeichnet. Auf Grund der charakteristischen geschwungenen Griffform im Zusammenhang mit der zugseitig durchlaufenden Lamellenführung, kommt es zu einer ungünstigen Spannungsinteraktion. Im Gegensatz zu den Lamellen, welche sowohl durch fertigungsinduzierte Spannungen, als auch durch Spannungen aus dem Vollauszug des Bogens belastet werden, weist das Griffstück keine Eigenspannungen auf. Diese Komponente muss im Gegensatz zu den Lamellen nicht zwangsverformt werden, da dessen Geometrie aus einem soliden Kunstharzpressholzblock herausgefräst ist.

In der nachfolgenden Abbildung 5-29 ist die Querzug- und Querdruckbeanspruchung, welche sich aus dem Zustand des Vollauszugs für den Griffbereich ergibt, dargestellt. Im Scheitelpunkt der nach innen gekrümmten, bogenrückenseitigen Oberfläche treten Querzugspannungen in einer Höhe von rund 2,5 N/mm² auf. Diese aus dem Detailmodell des Griffstücks generierten Ergebnisse bestätigen den in Kapitel 2-6.2 beschriebenen theoretischen Ansatz für das Delaminieren des Bogens. Dadurch, dass der E-Modul des Griffstücks in Querrichtung nahezu ident mit jenem des Epoxidharzes ist, kann davon ausgegangen werden, dass diese im Griffstück vorherrschenden Spannungen in gleicher Höhe die angrenzende Klebefuge beanspruchen. Diese Annahme konnte mit dem Halbbogenmodell, bei welchem sämtliche Klebstoffschichten mitmodelliert wurden, belegt werden. Was bei der Beanspruchung der Klebefuge noch hinzukommt sind die in Kapitel 5-2.3 aufgezeigten fertigungsinduzierten Spannungen, deren Höhe jedoch nicht genau quantifizierbar ist.

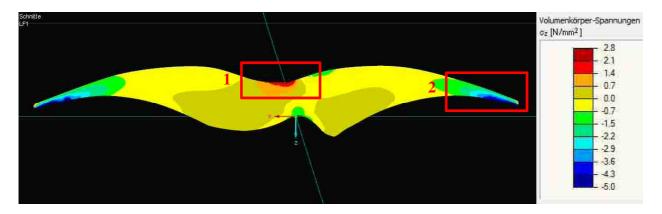


Abbildung 5-29: Querzug- bzw. Querdruckspannungen im Griffstück des Bogens bei Vollauszug



Die Auswertung der Querzugprobekörper in Kapitel 5-1.2 zeigte, dass bei jenen Bögen, welche bei Raumtemperatur verklebt wurden sich eine geringere Querzugfestigkeit als bei der Heißverklebung ergab. Weiters sind die mechanischen Kennwerte des eingesetzten Epoxidharzes mit verarbeitungsbedingten Streuungen behaftet und auch stark von der thermischen Beanspruchung abhängig. Zwar sind derart hohe Temperaturbeanspruchungen, wie sie bei den Querzugversuchen angewendet wurden eher unwahrscheinlich, doch wurde bei einem in der Sonne liegenden Bogen eine Oberflächentemperatur von rund 60 °C festgestellt. Es ist davon auszugehen, dass der Klebstoff bei einer derartigen thermischen Einwirkung bereits eine deutlich geringere Querzugfestigkeit aufweist als bei Raumtemperatur. In der nachfolgenden Auflistung sind alle Gründe angeführt, welche nach den Erkenntnissen dieser Arbeit in ihrem Zusammenspiel zu einem Delaminieren einiger Bögen geführt haben.

- (i) die zugseitige nach innen gerichtete Ausrundung des Griffstücks im Zusammenhang mit den durchlaufenden Lamellenlagen,
- (ii) der dabei gewählte sehr enge Krümmungsradius,
- (iii) die lokale Querschnittsreduktion der Lamellen, welche eine Spannungskonzentration bewirkte,
- (iv) die Beanspruchung der Klebefuge auf Querzug,
- (v) die ungünstige Überlagerung mit der fertigungsinduzierten Klebefugenbeanspruchung,
- (vi) die im Gebrauch aufgetretenen thermischen Beanspruchungen.

Neben der Querzugbetrachtung wurde das Griffstück auch hinsichtlich der auftretenden Schubbeanspruchungen analysiert (siehe Abbildung 5-30). Hierbei war festzustellen, dass eine deutliche Schubspannungskonzentration im bogenbauchseitigen Einleitungsbereich des Griffstücks auftritt. Dadurch dass die Lamellen an dieser Seite auslaufen, müssen die darin enthaltenen Kräfte zur Gänze in das Griffholz eingeleitet werden. Die Höhe der Schubspannungen beträgt in diesem lokal begrenzten Bereich bei Vollauszug rund 10 N/mm².

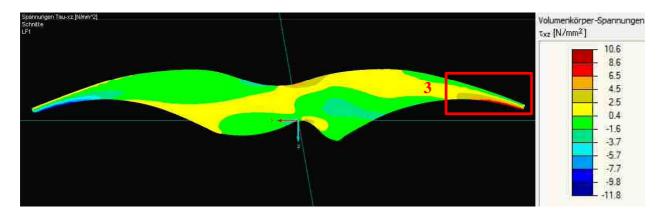


Abbildung 5-30: Schubspannungen im Griffstück des Bogens bei Vollauszug

Dieser Umstand ist trotz der Höhe der auftretenden Schubspannungen nicht so kritisch wie die lokal auftretende Querzugbeanspruchung an der Zugseite. Dies liegt einerseits daran das Klebstoffe hinsichtlich Schubeinwirkung allgemein höher belastbar sind als gegenüber Querzug und planmäßig auch auf Schub beansprucht werden sollten. Auf der anderen Seite wirkt an gleicher Stelle auch eine relativ große Querdruckbeanspruchung von rund 5 N/mm². Dies stellt eine äußerst günstige Interaktionswirkung dar, wodurch sehr hohe Schubbeanspruchungen möglich sind. Detailausschnitte der eben beschriebenen Beanspruchungen sind in der Abbildung 5-31 dargestellt.



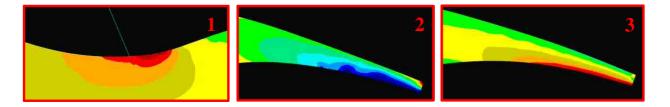


Abbildung 5-31: Detailausschnitte des Griffstücks, die mit hohen Schub- oder Normalspannungen behaftet sind (Legende siehe Abbildung 5-27 bzw. Abbildung 5-28)

Aus den vorangegangen Analysen ergaben sich mehrere lokal begrenzte Bereiche, welche aus spannungstechnischer Sicht als kritisch einzustufen sind. Von diesen führten jedoch nur die zugseitigen Querzugbeanspruchungen zwischen Griffstück und Decklamellen zu einem Versagen von realen Bögen (siehe Kapitel 2-6.1).

#### 5-6 GEOMETRIE UND SPANNUNGSOPTIMIERUNG

Nachdem der Bogen eingehend untersucht wurde und die Beanspruchungen herausgearbeitet und aufgezeigt werden konnten, erfolgt nun die Behandlung der ursprünglichen Fragestellung, welche auf die Optimierung des Bogens abzielt. Zwar wurden auch mögliche lokale Überbelastungen Glasfaserlaminats und der Bambuslamellen festgestellt, iedoch ist die Behebung Delaminierungsproblems im Griffbereich als relevanter einzustufen. Daher werden nachfolgend alternative Möglichkeiten zur Lastübertragung zwischen Wurfarm und Griffstück vorgestellt. Ein besonderes Anliegen von Seiten des Auftraggebers war, dass durch die spannungstechnische Optimierung das äußere Erscheinungsbild des Bogens möglichst nicht verändert wird. Für die Durchführung der Variantenstudie diente einerseits das räumliche Detailmodell des Griffstücks als auch das Halbbogenmodell, bei dem sämtliche Klebstoffschichten mitmodelliert wurden (siehe Kapitel 4-1.4 und 4-1.5). Damit sollten die Bögen derart modifiziert werden, dass es in Zukunft zu keinen Delaminierungserscheinungen mehr kommt. Um die, aus den FE-Studien generierten Lösungsansätze zu validieren, erfolgten weiters praktische Belastungstests an Halbbögen.

#### 5-6.1 OPTIMIERUNGSBETRACHTUNGEN IN FE-STUDIEN

Die Grundidee für die Beseitigung des Delaminierungsproblems bestand darin, dass die zugseitigen Decklamellen nicht mehr über den gesamten Griffbereich durchlaufen sollten. Stattdessen wurde die Möglichkeit in Betracht gezogen, dass diese bereits vor dem nach innen gekrümmten Griffbereich auslaufen, wie es auch druckseitig der Fall ist. Hierbei gibt es wiederum mehrere Optionen wie und in welchem Bereich des Griffstücks die einzelnen Lagen enden sollten. Deshalb wurden auf Basis von FE-Analysen diese Bereiche abschnittsweise verschoben und die spannungstechnischen Auswirkungen analysiert. Dabei erwiesen sich zwei Lösungsansätze als zweckmäßig. Diese werden im Zuge der nachfolgenden Kapitel beschrieben.

#### 5-6.1.1 Modifikationsvariante 1

Die erste Modifikationsvariante sieht vor, die zugseitigen Lamellen, beginnend bei den Griffhochpunkten, möglichst flach anzuschleifen. Diese anzuschleifende Fläche sollte bis zu den Wendepunkten geführt werden, so dass im nach innen gekrümmten Bereich des Bogens keine Lamellen mehr vorhanden sind (siehe Abbildung 5-32). Der Hintergrund für das flache Auslaufen der einzelnen Lagen besteht darin, dass



es zu einer geringen Spannungsbelastung am Überlappungsende kommt. Würden sämtliche Decklagen abrupt enden, so käme es zu einer konzentrierteren Schub- und Querzugspannungsbelastung an den Überlappungsenden.

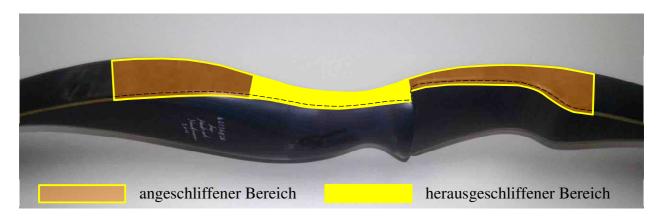


Abbildung 5-32: Lamellenbereiche die laut Modifikationsvariante 1 herauszuschleifen bzw. anzuschleifen sind

In der Abbildung 5-33 sind die in Querrichtung auftretenden Spannungen nach erfolgter Modifikation dargestellt. Hierbei ergeben sich in der Nähe der Wendepunkte gewisse Querzugbeanspruchungen, die vor allem an der rechten Seite noch relativ hoch ausfallen. Dies liegt hauptsächlich daran, dass an dieser Seite das Schussfenster angeordnet ist, wodurch sich der verfügbare Querschnitt deutlich reduziert.

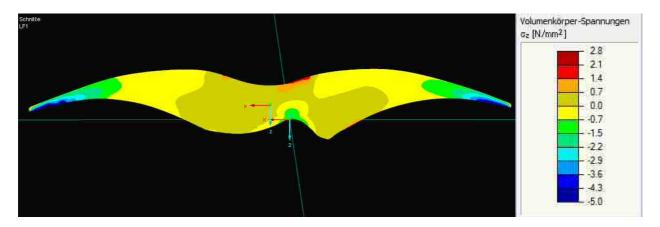


Abbildung 5-33: Querzugbeanspruchung im Griffbereich unter Anwendung der Modifikationsvariante 1

Es zeigt sich, dass diese Modifikationsvariante aus spannungstechnischer Sicht noch keine optimale Lösung bietet. Zwar sind die auftretenden Querzugspannungen geringer als bei der ursprünglichen Variante, doch verlagern sie sich auch zum schussfensterseitigen Wendepunkt. Aus diesem Grund wird nachfolgend eine zweite Modifikationsvariante vorgestellt.

#### 5-6.1.2 Modifikationsvariante 2

Im Unterschied zur Modifikationsvariante 1 sollen bei der zweiten Variante sämtliche Lamellen bereits am Hochpunkt enden (sieheAbbildung 5-34). Dadurch wird einerseits vermieden, dass es wieder zu einer kritischen Spannungskonzentration im Wendepunkt kommt und anderseits sollten dadurch auch die fertigungsinduzierten Spannungen geringer ausfallen. Da bei dieser Variante die zugseitigen Lamellen vor bzw. beim Hochpunkt auslaufen, müssen die einzelnen Lagen nicht mehr um diesen herumgebogen



werden, was in geringen Eigenspannungen resultiert. Wichtig bei dieser Modifikation ist, dass nicht zu nahe bei den Wurfarmen mit dem ausschleifen begonnen wird, da dort noch eine zu hohe Spannungsbelastung vorherrscht (siehe Abbildung 5-19).



Abbildung 5-34: Lamellenbereiche die laut Modifikationsvariante 2 herauszuschleifen bzw. anzuschleifen sind

Die Ergebnisse der FE-Analyse zeigen, dass die Anwendung der zweiten Modifikationsvariante für eine deutliche Reduktion der auftretenden Querzugspannungen sorgt (siehe Abbildung 5-35). Lediglich im Bereich des Schussfensters tritt diese Beanspruchung noch in geringer Höhe auf. Dadurch, dass zwischen den beiden Hochpunkten keine Lamellen mehr verlaufen, gibt es in diesen Bereich auch keine Klebefuge mehr, die noch Versagen könnte. Da nun auch zugseitig keine direkte Kopplung zwischen den beiden Wurfarmen besteht sondern die Verbindung rein über das Griffstück hergestellt ist, müssen die Schnittkräfte in den Lamellen über Schub ins Griffstück eingeleitet werden. Wie bereits erwähnt, stellt dies eine wesentlich günstigere Beanspruchung für die Klebefuge dar.

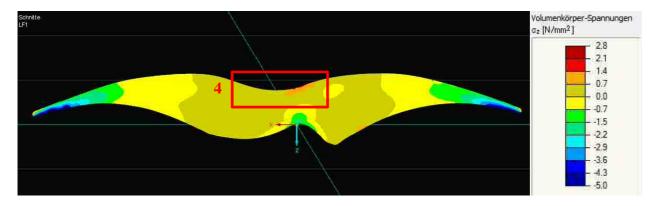


Abbildung 5-35: Querzugbeanspruchung im Griffbereich unter Anwendung der Modifikationsvariante 2

In der nachfolgenden Abbildung 5-36 ist die ursprüngliche Querzugspannungsbeanspruchung mit jener aus der eben beschriebenen Modifikationsvariante gegenübergestellt. Beim Vergleich ist eine deutliche Reduktion der Spannungsbelastung infolge äußerer Beanspruchung festzustellen. Ein zusätzlicher Verbesserungseffekt resultiert aus dem Umstand, dass in diesem Bereich keine fertigungsinduzierten Spannungen mehr auftreten.



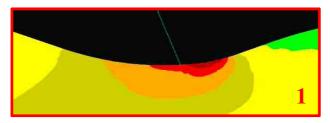




Abbildung 5-36: Querzugbeanspruchung im Griffbereich vor der Modifikation (links) und danach (rechts)

#### 5-6.2 VALIDIERUNG AN HALBBOGENVERSUCHEN

Um die in den vorherigen Kapiteln ausgearbeiteten Lösungsansätze zu testen, wurde die Modifikationsvariante 1 am Halbbogen 04 und die zweite Variante am Halbbogen 02 angewendet. Dadurch, dass bei beiden Varianten die Zuglamellen nicht mehr durchlaufen sondern bereits vor der Bogenmitte enden, wirkten die beiden Wurfarme getrennt voneinander und konnten auch prüftechnisch so betrachtet werden. Außerdem ergab sich der Vorteil, dass die intakten Seiten von bereits beschädigten Bögen für die Untersuchungen herangezogen werden konnten.

## 5-6.2.1 Untersuchung der Modifikationsvariante 1 am Halbbogen 04

Um die Beanspruchungen in der modifizierten, zugseitigen Lamellenführung feststellen zu können, wurde der Halbbogen 04 mit DMS ausgestattet. Diese verliefen über den gesamten Einleitungsbereich und wurden auf sämtlichen zugseitig auslaufenden Lagen angebracht. Wie bereits in Kapitel 3-5.2 erwähnt, erfolgte bei diesen Halbbogentests der Spannvorgang über den eigentlichen Vollauszug hinaus. Der Prüfvorgang sollte dabei erst mit dem Bruch der Bögen enden.

Der modifizierte Halbbogen 04 erreichte im Versuch einen maximalen Spannweg von rund 1050 mm, bevor es zu einem schlagartigen Versagen kam. Dieser Spannweg ist rund zweimal höher als jener Weg, welcher normalerweise beim Vollauszug zurückgelegt wird. Die Abbildung 5-37 zeigt die Druck- und die Zugseite des delaminerten Griffbereichs.





Abbildung 5-37: Delaminierung des Halbbogens 04 an der Druckseite (links) und der Zugseite (rechts)

Der Wurfarm wurde vollständig vom Griffstück getrennt und über seine ganze Länge abgeschert. Durch den Impuls beim Brucheintritt flog der bogenrückenseitige Abschnitt rund 5 m weit bevor er auf dem Boden der Prüfhalle zu liegen kam. Der bogenbauchseitige Wurfarmabschnitt hing noch an der Bogensehne, welche am Prüfkopf der Maschine befestigt war. Die Bruchbilder zum delaminierten Wurfarm sowie den Übergangsbereichen zum Griffstück sind in der Abbildung 5-38 dargestellt. Es ist festzustellen, dass es zu einem Mischbruch kam, welcher einerseits in der Bambuslage, aber auch in der Klebefuge zwischen Bambus und Carbonfasergewebe auftrat. Durch den flachen Kraftangriffswinkel,



welcher sich bei dieser großen Verformung einstellte, ist von einem nahezu reinen Schubversagen auszugehen (siehe Abbildung 3-27).



Abbildung 5-38: delaminierter Wurfarm (oben) und druck- sowie zugseitiger Übergangsbereich (unten links und rechts)

Die sechs DMS, welche an der Bogenrückenseite angebracht waren, lieferten bis unmittelbar vor dem Bruch plausible Messergebnisse (siehe Abbildung 5-39). Dahingegen fiel der einzelne DMS, welcher an der Bogenbauchseite appliziert war, bereits bei einem Spannweg von knapp 400 mm aus. Dieser sollte vor allem zur Kontrolle des direkt gegenüber angebrachten DMS 1 fungieren. Die Anordnung der einzelnen DMS ist dem Übersichtsbild in Abbildung 3-25 zu entnehmen. Die DMS 1 - 5 verzeichnen bis zum Eintritt des Bruchs einen stetigen Anstieg der Dehnungen. Dahingegen fallen beim DMS 6, welcher am Carbonfasergewebe appliziert war, die Dehnungen kurz vor dem Bruch rapide ab. Dieser Dehnungsabfall deckt sich gut mit den in Abbildung 5-38 dargestellten Bruchbildern, die ein Abscheren in der Bambuslamelle und in der Klebefuge zwischen Carbonfasergewebe und Bambus zeigen.

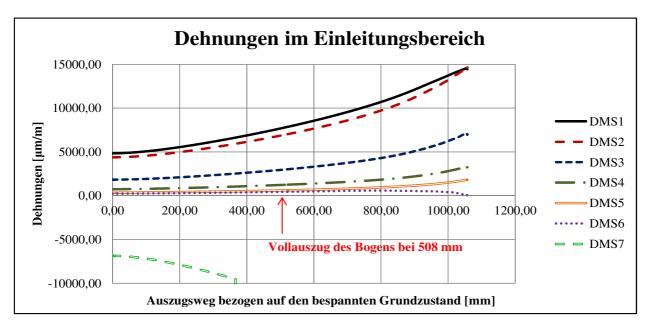


Abbildung 5-39: gemessene Dehnungsverläufe im Einleitungsbereich des Halbbogens 04



Dadurch, dass DMS 1 im freien Wurfarmbereich und DMS 2 im beginnenden, noch relativ biegeweichen Einleitungsbereich angeordnet ist, treten dort auch die höchsten Zugranddehnungen auf. Diese fallen infolge der Querschnittsaufweitung in Richtung Griffmitte rapide ab. In der nachfolgenden Tabelle 5-9 sind die in den zugseitigen Messpunkten bestimmten Dehnungen in Spannungen umgerechnet, wobei je nach Messbereich unterschiedliche E-Module zu verwenden waren. Während DMS 1-4 am Carbonfaserlaminat appliziert wurden, lag DMS 5 am Bambuslaminat und DMS 6 Carbonfasergewebe. Die verwendeten E-Module beruhen auf den in Tabelle 3-1 angegebenen Werten. Die Auswertung der Spannungen erfolgte hierbei für den Zustand des Vollauszugs und den Bruchzustand. Es ist festzustellen, dass das Carbonfaserlaminat im Bruchzustand eine Spannung von rund 2200 N/mm<sup>2</sup> aufweist, was einer Auslastung von 92 % entspricht.

Tabelle 5-9: zugseitige Randspannungen im Einleitungsbereich des Halbbogens 04

Spannungszustände	DMS 1	DMS 2	DMS 3	DMS 4	DMS 5	DMS 6
Spannung bei Vollauszug [N/mm²]	1176	1051	452	189	5,42	33,7
Spannung beim Bruch [N/mm²]	2191	2221	1055	492	16,1	4,26

## 5-6.2.2 Untersuchung der Modifikationsvariante 2 am Halbbogen 02

Für die Untersuchung wurde die intakte Hälfte des Halbbogens 02 entsprechend dem in 5-6.1.2 erläuterten Modifikationsvorschlag angepasst. Im Gegensatz zum Halbbogen 04, welcher auch mit DMS ausgestattet war, konnten beim Halbbogen 02 nur Auszugskraft und Spannweg gemessen werden. Dies hatte vor allem aufwandstechnische Gründe. Der Prüfaufbau blieb jedoch in der gleichen Konfiguration bestehen. Der Halbbogen 02 wurde im ersten Prüfdurchgang auf eine Auszugslänge von rund 1000 mm gezogen, ohne dass es zu einem Bruch kam. In einem zweiten Durchgang führte dieses Auszugsniveau zu einem schlagartigen Prüfende. Das Versagensbild war hierbei vollkommen anders als jenes, welches beim Halbbogen 04 auftrat. In der Abbildung 5-40 ist das zersplitterte Ende des Wurfarmes zu sehen. Dahingegen wies der gegenüberliegende Griffbereich keine feststellbaren Schäden auf und war demnach noch vollständig intakt.

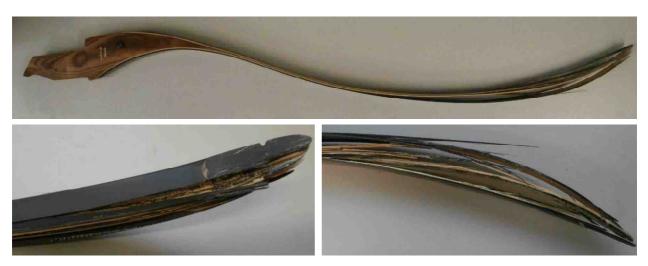


Abbildung 5-40: Bruchbilder vom Halbbogen 02



Da dieses Versagensbild sehr ungewöhnlich für den vorliegenden Belastungsfall erschien, wurde anschließend die vom Versuch aufgezeichnete Videoaufnahme analysiert. Hierbei ließ sich feststellen, dass durch die hohe Zugbelastung die Sehne gerissen war (siehe Abbildung 5-41). Der Wurfarm wurde erst delaminiert als der Bogen zurückschnellte und am Stahlträger der Prüfmaschine aufschlug. Es ist folglich davon auszugehen, dass der Halbbogen 02 einer noch höheren Belastung standgehalten hätte.





Abbildung 5-41: Reißen der Bogensehne bei der Prüfung des Halbbogens 02

Das vom Versuch aufgezeichnete Kraft-Weg-Diagramm des Halbbogens 02 ist zusammen mit dem des Halbbogens 04 in der Abbildung 5-42 dargestellt. Um von den Messwerten der Halbbögen auf einen gesamten Bogen schließen zu können, wurden die ermittelten Auszugskräfte verdoppelt. Die Analyse des Auszugkraft-Weg-Diagramms ergibt, dass der Kraftanstieg während der ersten 700 mm Auszugsweg nahezu linear erfolgt. Danach kommt es zu einem rapiden Anstieg der für den Auszug notwendigen Kraft. Hierbei erfolgt der Kraftanstieg beim Halbbogen 02 etwas früher, da auf Grund unterschiedlicher Baugrößen, dessen Wurfarm um ein Zoll kürzer ist als der des Halbbogens 04. Die gemessene Auszugskraft der beiden Bögen war im Bruchzustand rund neunmal höher als beim Zustand des Vollauszugs.

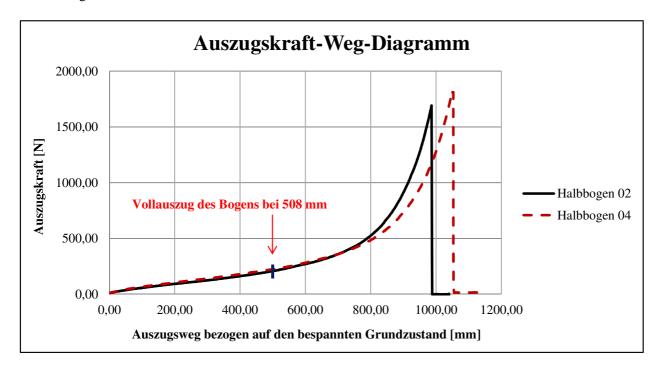


Abbildung 5-42: Auszugskraft-Weg-Diagramm der beiden Halbbogenversuche

Der exponentielle Kraftanstieg lässt sich über den Kraftangriffswinkel zwischen Sehne und Wurfarm erklären. Da den Wurfarmen im Zuge des Spannens sehr hohe Verformungen aufgezwungen werden,



kommt es infolge dessen auch zu einer entsprechend großen Winkeländerung der Sehnenkraft (siehe Abbildung 5-43). Im bespannten Grundzustand weisen Sehne und Wurfarm einen spitzen Winkel zueinander auf, weshalb der Wurfarm neben der Biegebeanspruchung auch mit einer Druckkraft belastet wird. Dahingegen hat sich im Zustand des Vollauszugs ein nahezu rechter Winkel gebildet, wodurch der Wurfarm primär auf Biegung belastet wird. Wenn der Auszugsweg noch weiter steigt, so wird der Winkel zunehmend flacher, wodurch neben der Biegemomenteneinwirkung eine Zugnormalkraft hinzukommt. Durch die gegenüber der Biegesteifigkeit relativ hohe Dehnsteifigkeit des Wurfarms, kommt es ab einer gewissen Auszugslänge zu einem überproportionalen Kraftanstieg.

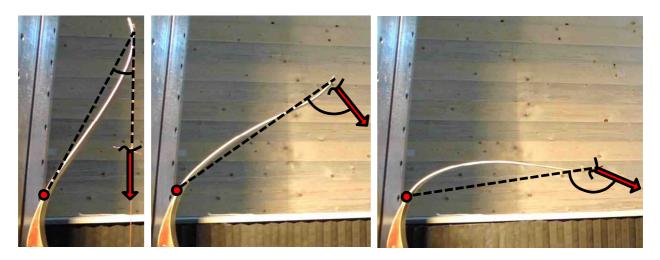


Abbildung 5-43: Änderung des Kraftangriffswinkels in den Auszugszuständen

Der durch reine Wurfarmdehnung gespeicherte Energieanteil kann wesentlich schlechter auf den Pfeil übertragen werden als jener Anteil, welcher aus dessen Biegung resultiert. Aus diesem Grund werden viele Bögen derart designt, dass der Winkel zwischen Wurfarm und Sehnenkraft bei Vollauszug rund 90  $^{\circ}$  beträgt.

## 5-6.3 DISKUSSION DER LÖSUNGSANSÄTZE

Neben dem Herausschleifen bzw. dem Anschleifen der Lamellen gäbe es noch weitere Lösungsansätze, die zur Behebung des Delaminierungsproblems beim vorliegenden Sportbogen möglich wären. Eine davon ist an historische Vorbilder aus der Kompositbogentechnologie angelehnt (siehe Kapitel 2-4.2). Es wurden hoch beanspruchte Armbrustbögen beschrieben, welche nicht nur in Längsrichtung Tiersehnenbeläge aufwiesen sondern auch in Umfangsrichtung. Durch das Zusammenziehen der Tiersehnenlagen beim Trocknen übten diese einen günstigen Querdruck auf den Kompositaufbau aus, welcher den einwirkenden Querzugbeanspruchungen entgegenwirkte. Auch der vorliegende Bogen könnte in Griffmitte mit einem harzgetränkten Gewebe umwickelt werden, welches einen Querdruck auf den Schichtaufbau ausübt. Sollte es dennoch zu einem Versagen der Klebefuge kommen, würde das Gewebe zumindest dafür sorgen, dass die Lamellen am Griffstück gehalten werden. Damit diese Methodik jedoch zufriedenstellend funktioniert, müsste entweder der erzeugbare Querdruck oder die Dehnsteifigkeit der Umwicklung entsprechend hoch sein. Ansonsten würden die Lamellen im Falle eines Versagens der Klebefuge zu sehr abheben.

Eine weitere denkbare Lösung beruht auf einem bauingenieursmäßigen Anwendungsfall. Auch bei gekrümmten Kragträgern kann es durch die Querzugbeanspruchung zu einem Queraufreißen in den Lamellen kommen. Aus diesem Grund werden solche Träger, wie von Schickhofer [16] beschrieben,



mittels Schraubstangen oder eingeklebten Gewindestangen querzugverstärkt. Diese Verstärkungsmaßnahme könnte auch im Griffbereich des vorliegenden Bogens angewendet werden. Der Nachteil dieser Verstärkungsmaßnahme besteht wiederum darin, dass sie erst dann wirksam ist, wenn der Klebstoff bereits versagt hat. Durch die höhere Steifigkeit der Klebefuge können die Querzugverstärkungen nicht als gleichzeitig mit dieser wirkend angesetzt werden.

Die beiden eben beschriebenen Ansätze stellen eine Querzugverstärkung des Bogens dar. Dabei ändert sich jedoch nichts an der ungünstigen Spannungssituation im Griffbereich. Dahingegen sorgen die Modifikationsvarianten 1 und 2 durch die angepasste Lamellenführung für einen deutlichen Abbau der Querzugspannungsbeanspruchung.

In den praktischen Versuchen zeigte sich, dass die beiden ausgearbeiteten Modifikationsvarianten weit über den Zustand des Vollauszugs belastet werden konnten bevor es zu einem Versagenseintritt kam. Nach Einschätzung des Verfassers sollte trotzdem die laut FE-Ergebnissen geringer querzugbeanspruchte Modifikationsvariante 2 bevorzugt werden. Da bei dieser Variante sämtliche Lamellen bereits vor den Hochpunkten enden, kommt es zu keiner Reduktion ihrer Breite, wie es beispielsweise beim Schussfenster der Fall ist. Dadurch können die auftretenden Spannungen gering gehalten werden. Um die Beanspruchbarkeit des Bogens sowie die Wärmeformbeständigkeit zu erhöhen, wird weiters empfohlen, diese künftig heiß zu verkleben.

Damit diese Lösungsvariante auch den optischen Anforderungen entspricht, wird in einem nachträglichen Arbeitsschritt eine dünne Lage aus Wurzelfurnier über die angeschliffenen Lamellen geklebt. Diese verläuft über den gesamten Einleitungsbereich bis unter das Griffleder des Sportbogens (siehe Abbildung 5-44). Dadurch, dass diese Schicht aus Wurzelfurnier über eine relativ geringe Eigensteifigkeit verfügt, zieht diese auch keine nennenswerten Spannungen an. Infolge dessen ist ein Delaminieren zwischen Wurzelfurnier und Griffstück mit hoher Wahrscheinlichkeit auszuschließen.





Abbildung 5-44: Überdecken der angeschliffenen Laminatlagen mit einem dünnen Wurzelfurnier

Eine Befürchtung die seitens des Auftraggebers bestand war, dass es durch diese Modifikation zu einem Steifigkeitsverlust des Bogens kommt. Dies hat sich jedoch weder im FE-Modell noch in den praktischen Versuchen bestätigt.

## 5-7 DAS LEISTUNGSPOTENZIAL DES BOGENS

Nach Auffassung des Verfassers gibt es kaum einen anderen Anwendungsbereich der das Leistungspotenzial von Materialien so gut veranschaulicht wie der Bogenbau. Der Grund für diese Ansicht liegt in dem hohen reversiblen Verformungsvermögen der verhältnismäßig steifen Materialien,



welches erst durch die geometrische Anpassung an den Belastungsverlauf möglich wird. Der Bogen stellt demnach eines der ältesten topologieoptimierten Werkzeuge der Menschheitsgeschichte dar. Durch die hohe elastische Verformungsfähigkeit der Wurfarme können große Energiemengen im Bogen gespeichert werden. Jedoch entspricht diese gespeicherte Energie bzw. Arbeit nach physikalischer Definition noch keiner Leistung. Eine hohe Leistung wird erst dann erreicht, wenn diese Arbeit in möglichst kurzer Zeit erfolgt oder im Falle eines Bogens auf den Pfeil abgegeben werden kann. Damit ein Bogen die gespeicherte Energie schnell auf den Pfeil überträgt, braucht es eine hohe Steifigkeit bei gleichzeitig geringem Eigengewicht. Denn je höher der E-Modul und je geringer die Rohdichte, desto höher ist die Eigenfrequenz eines Bauteils, welche für einen möglichst schnelles Zurückschwingen von der ausgelenkten Lage sorgt. Außerdem wird durch einen leichteren Wurfarm verhältnismäßig mehr gespeicherte Energie zur Beschleunigung des Pfeils eingesetzt. Der Anteil der gespeicherten Energie, welche den Pfeil beschleunigt, stellt den Wirkungsgrad des Systems dar. Dieser wird im Zuge der nachfolgenden Ausführungen am Beispiel des Bogens 03 näher erläutert.

#### 5-7.1 DIE ERMITTLUNG DES WIRKUNGSGRADES EINES BOGENS

Die Basis für die Bestimmung des Wirkungsgrades stellen die am Bogen 03 durchgeführten statischen und dynamischen Ganzbogenversuche dar. Aus den quasistatischen Spannversuchen ergab sich die in Abbildung 5-45 dargestellte Arbeitslinie des Sportbogens. Die Fläche unter dieser Kurve stellt jene Energiemenge dar, welche während des Spannvorgangs in den Wurfarmen gespeichert wird. Dabei bezieht sich der Auszugsweg auf den bespannten Grundzustand des Bogens. Zwar wird durch das Bespannen des Bogens bereits Energie in den Wurfarmen gespeichert, jedoch verbleibt dieser Anteil im System und kann nicht auf den Pfeil übertragen werden.

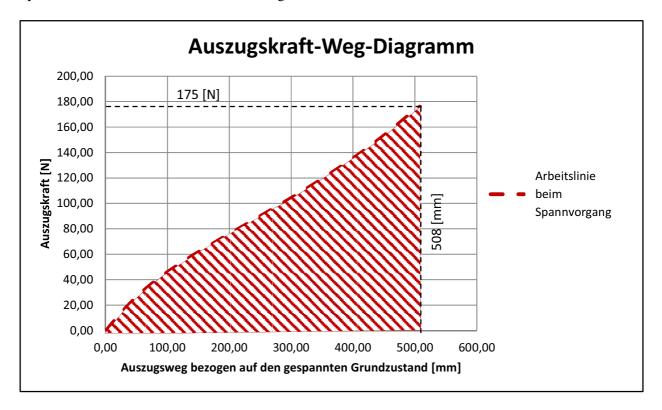


Abbildung 5-45: innere Energie, die in den Wurfarmen des Bogens 03 gespeichert werden kann



Durch Integration der Kurve kann die darunter liegende Fläche bestimmt werden. Hierbei ergibt sich für den Bogen 03 eine gespeicherte Energiemenge von 46,3 Nm. Im Gegensatz zu den Wurfarmen, bei denen mit zunehmendem Auszug potentielle Energie aufgebaut wird, ist bei der Sehne das Gegenteil der Fall. Dadurch, dass in Bezug auf die Standhöhenlage die Sehnenkraft abnimmt, wird die potentielle Energie mit zunehmenden Auszug reduziert (siehe Abbildung 5-17). Jedoch kann dieser Anteil als vernachlässigbar gering eingestuft werden.

Neben der Charakteristik des eingesetzten Bogens ist der Wirkungsgrad dieses Systems auch von den Eigenschaften des Pfeils abhängig. Je schwerer der Pfeil in Relation zum Gewicht der Wurfarme ist, umso höher ist auch dessen Energieanteil und in weiterer Folge der Wirkungsgrad. In diesem Beispiel werden wiederum alle Werte, auf den im Versuch eingesetzten Messpfeil bezogen. Dieser weist eine relativ geringe Masse von 18,34 g auf. Aus der Versuchsauswertung konnte eine Abschussgeschwindigkeit des Pfeils von rund 59 m/s festgestellt werden. Die kinetische Energie, welche der Pfeil beim Verlassen des Bogens aufweist, wird nach Gleichung (5.3) ermittelt.

$$E_{\rm kin} = \frac{m \cdot v^2}{2} \tag{5.3}$$

 $E_{\rm kin}$ ... kinetische Energie des Pfeils [Nm]

m... Masse des Pfeils [kg]

v... Geschwindigkeit des Pfeils [m/s]

Aus der Berechnung geht hervor, dass der Pfeil unmittelbar nach dem Abschuss eine kinetische Energie in Höhe von 31,9 Nm aufweist. Das Verhältnis der kinetischen Energie des Pfeils und der potentiellen, im Bogen gespeicherten Energie ergibt den Wirkungsgrad (siehe Gleichung (5.4)).

$$\eta = \frac{E_{\rm kin}}{E_{\rm pot}} \tag{5.4}$$

 $E_{\rm kin}$ ... kinetische Energie des Pfeils [Nm]

 $E_{\text{pot}}$ ... potentielle im Bogen gespeicherte Energie [Nm]  $\eta$ ... Wirkungsgrad des Systems von Pfeil und Bogen [-]

Trotz der relativ geringen Pfeilmasse ergibt sich bei dem vorliegenden System ein Wirkungsgrad von rund 69 %. Die restlichen 31 % der im gespannten Zustand gespeicherten Energie werden für die Beschleunigung der Bogensehne sowie der Wurfarme benötigt. Weiters treten noch Verluste in Form von Reibung sowie viskoelastischem Materialverhalten auf (siehe Kapitel 5-4.1).

## 5-7.2 DER VERGLEICH VON MATERIALIEN IM BOGENBAU

Einleitend wurde bereits auf die Eigenschaften eingegangen, welche die Materialien im Bogenbau aufweisen sollten. Zusammengefasst sind hierbei ein hoher E-modul, ein hohes elastisches Dehnungsbzw. Stauchungsvermögen, sowie eine möglichst geringe Rohdichte von besonderer Relevanz. Im traditionellen Bogenbau wird bezüglich der Eignung einzelner Materialien auf Erfahrungswerte gesetzt. Hierbei kann die subjektive Wahrnehmung einzelner Bogenbauer jedoch stark unterschiedlich sein. Ein Umstand der sich vor allem bei der Bewertung unterschiedlicher Holzarten bemerkbar macht.



Im Zuge dieser Arbeit wird der Versuch unternommen ein möglichst objektives Beurteilungskriterium für die mechanische Eignung von Materialien im Bogenbau zu finden und diese anschließend gegenüber zustellen. Als Basis für diesen Vergleich wird wiederum der Bogen 03 herangezogen. Der Grundgedanke besteht darin, denselben Bogen mit gleichbleibenden Eigenschaften, jedoch unterschiedlichen Materialien zu reproduzieren. Er soll demnach dieselbe Wurfarmlänge von 475 mm aufweisen, die gleiche Steifigkeit besitzen und in Folge dessen auch mit demselben einwirkenden Moment belastet werden. Diese Randbedingungen sind in der Abbildung 5-46 dargestellt. Hierbei wurde für den Vergleich ein Bezugspunkt bestimmt, welcher an der Stelle der höchsten Beanspruchung liegt. Das einwirkende Moment ist im Zustand des Vollauszugs am Größten und beträgt in diesem Punkt 83,1 Nm. Die Biegesteifigkeit EI dieses Wurfarmquerschnitts ist mit 27,3 Nm² definiert (vgl. Anhang C).

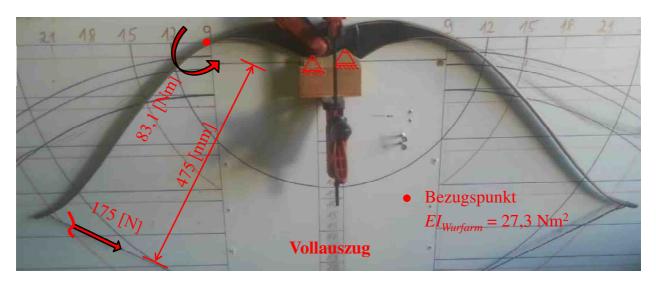


Abbildung 5-46: Randbedingungen für die Vergleichsstudie

Dadurch, dass alle betrachteten Materialien einen unterschiedlich hohen E-Modul aufweisen, ergeben sich individuelle Trägheitsmomente, um die vorgegebene Biegesteifigkeit zu erreichen (siehe Gleichung (5.5)). Aus Gründen der Vergleichbarkeit wird hierbei stets von einem rechteckförmigen Wurfarmquerschnitt ausgegangen.

$$I_{Mat} = \frac{EI_{Wurfarm}}{E_{Mat}} \tag{5.5}$$

 $EI_{Wurfarm}...$  vorgegebene Biegesteifigkeit des Wurfarmquerschnitts [Nm<sup>2</sup>]  $E_{Mat}...$  individueller E-Modul der betrachteten Materialien [N/m<sup>2</sup>]

 $I_{\text{Mat}}$  ... erforderliches Flächenträgheitsmoment [ $\text{m}^4$ ]

Das zweite Kriterium stellt das erforderliche Widerstandsmoment dar. Es errechnete sich aus dem einwirkenden Biegemoment und der Fließgrenze der Materialien (siehe Gleichung (5.6)). Da die meisten Werkstoffe relativ große Unterschiede zwischen der Höhe der Druck- und Zugbeanspruchbarkeit aufweisen, wird bei der Gegenüberstellung zwischen diesen beiden Einwirkungen unterschieden. Folglich ergeben sich zwei unterschiedliche Widerstandsmomente, wobei sich eines auf die Druckseite und das andere auf die Zugseite des Bogens bezieht.



$$W_{Zug} = \frac{M}{f_{t,0,mean}} \quad \text{bzw.} \quad W_{Druck} = \frac{M}{f_{c,0,mean}}$$
 (5.6)

*M...* einwirkendes Biegemoment [Nm]

 $f_{t,0,mean}$ ... Fließgrenze gegenüber Zugbeanspruchung [N/m<sup>2</sup>]  $f_{c,0,mean}$ ... Fließgrenze gegenüber Druckbeanspruchung [N/m<sup>2</sup>]

 $W_{\text{Zug}}$  ... erforderliches Widerstandsmoment gegenüber Zugbeanspruchung [m<sup>3</sup>]  $W_{\text{Druck}}$  ... erforderliches Widerstandsmoment gegenüber Druckbeanspruchung [m<sup>3</sup>]

Sowohl das Flächenträgheitsmoment I als auch das Widerstandsmoment W sind von der Breite b und der Höhe h des Wurfarmquerschnitts abhängig. Dadurch das I und W bereits bekannt sind kann in weiterer Folge auf die zwei Unbekannten b und h geschlossen werden. Die dazu notwendigen Formeln sind in Gleichung (5.7) angeführt.

$$I = \frac{b \cdot h^3}{12} \quad \& \quad W = \frac{b \cdot h^2}{6}$$
 (5.7)

*I...* erforderliches Flächenträgheitsmoment [m<sup>4</sup>]

W... erforderliches Widerstandsmoment [m<sup>3</sup>]

b... erforderliche Breite des Wurfarmes [m]

h... maximal mögliche Höhe des Wurfarmes [m]

Je nach E-Modul und Festigkeit des Materials ist hierbei nur eine begrenzte, maximale Querschnittshöhe möglich. Um die erforderliche Biegesteifigkeit zu erreichen wird die Querschnittsbreite entsprechend angepasst. Der Nachteil breiterer Wurfarme liegt in der höheren Masse begründet (siehe Kapitel 2-3.1). Durch eine höhere Masse verlängert sich in weiterer Folge die Rückstellzeit der Wurfarme und es kann weniger Energie auf den Pfeil übertragen werden. Aus diesem Grund ist eine möglichst geringe Rückstellzeit anzustreben. Die Dauer der Wurfarmrückstellung lässt sich vereinfacht aus der Eigenfrequenzformel eines Kragträgers ermitteln. Die aus Flesch und Pacht [41] stammende Formel, ist in Gleichung (5.8) angeführt.

$$\omega_{\rm m} = \frac{\alpha_{\rm m}^2}{l^2} \cdot \sqrt{\frac{EI}{b \cdot h \cdot \rho}} \tag{5.8}$$

ω<sub>m</sub>... Eigenkreisfrequenz eines Kragträgers [rad/s]

α<sub>m</sub> ... Beiwert zur Berücksichtigung des statischen Systems [-]

*l*... Länge des Wurfarms [m]

EI... vorgegebene Biegesteifigkeit des Wurfarms [Nm<sup>2</sup>]

b... erforderliche Breite des Wurfarmes [m]

h... maximal mögliche Höhe des Wurfarmes [m]

ρ... Rohdichte des Materials [kg/m³]

Da der Schwingvorgang vom ausgelenkten Zustand bis zum erstmaligen Erreichen der Standhöhenlage einer Viertelperiode entspricht, errechnet sich die Rückstellzeit nach Geichung (5.9).



$$t = \frac{\pi}{2 \cdot \omega_m} \tag{5.9}$$

t... Rückstellzeit [s]

ω<sub>m</sub>... Eigenkreisfrequenz eines Kragträgers [rad/s]

Die errechnete Rückstellzeit stellt jenen Parameter dar, welcher zur Gegenüberstellung der einzelnen Materialien dient. Je kürzer hierbei die Rückstellzeit ausfällt, desto besser ist das Material aus leistungstechnischer Sicht für den Bogenbau geeignet. Es handelt sich um einen vereinfachten Bewertungsansatz, welcher von einer rein linear elastischen Be- und Entlastung der Materialien ausgeht. Viskoelastisches Materialverhalten oder Relaxationseffekte werden dabei nicht berücksichtigt.

Die zu diesem Vergleich notwendigen Materialkenndaten entstammen unterschiedlichsten Literaturquellen, wobei immer von den Mittelwerten der einzelnen Werkstoffe ausgegangen wird. Bei dieser Studie liegt ein besonderer Fokus auf die Gegenüberstellung bekannter, heimischer Holzarten, welche hinsichtlich ihrer anatomischen Eigenschaften in Nadelhölzer, zerstreutporige Laubhölzer und ringporige Laubhölzer unterschieden werden. Wenn Holz längs zur Faserrichtung auf Zug beansprucht wird, weist es bis zum Brucheintritt ein linear elastisches Verhalten auf. Aus diesem Grund können die aus der Literatur stammenden Bruchfestigkeiten für diese Betrachtung herangezogen werden. Gegenüber Druckbeanspruchung weisen Hölzer ein elastisch-plastisches Verformungsvermögen auf. Brandner et. al. stellte in [38] fest, dass die Bruchfestigkeit von Fichten-Brettschichtholz rund 15 % über der Fließgrenze liegt. Für den vorliegenden Vergleich wird angenommen, dass dieser Wert sich auch auf die anderen Holzarten sowie den Bambus übertragen lässt. Daher werden die in der Literatur angeführten Druckfestigkeiten um jeweils 15 % reduziert. Bei allen anderen Werkstoffen handelt es sich jeweils um die Fließgrenze.

In der nachfolgenden Tabelle 5-10 sind die Materialkennwerte sowie die zugehörigen Literaturquellen, der für diesen Vergleich ausgewählten Werkstoffe angeführt. Es wird angenommen, dass der E-Modul gegenüber Zug- und Druckbeanspruchung dieselbe Höhe aufweist. Bei jenen Kennwerten, welche mehrere Literaturangaben aufweisen, wurde jeweils der Mittelwert aus den einzelnen Quellen gebildet. Vor allem bei den Holzarten treten zum Teil sehr große Streuungen zwischen den einzelnen Angaben auf. Zwar handelt es sich laut Definition um wuchsmerkmalfreie Kleinholzproben, jedoch weisen auch diese standortsbedingte Unterschiede auf. Davon ist beispielsweise auch die Jahrringbreite, welche einen signifikanten Einfluss auf die Materialkennwerte hat, betroffen. Daher ist der vorliegende Vergleich als eine allgemeine Gegenüberstellung, in welcher die Größenordnung zwischen einzelnen Materialien aufgezeigt wird, zu verstehen. Individuelle Materialproben können durchaus von den angeführten Werten abweichen.



Tabelle 5-10: für die Vergleichsstudie angesetzte Materialparameter

<b>Taterialbezeichnung</b>	ρ <sub>mean</sub> [kg/m <sup>3</sup> ]	$E_{0, m mean} \ [ extsf{N/mm}^2]$	$f_{ m c,0,mean} \ [ extbf{N/mm}^2]$	$f_{ m t,0,mean} \ [ extbf{N/mm}^2]$
Fichte	454 [35],[36],[37]	11500 [35],[36],[37]	46 [35],[36],[37]	84 [35],[36],[37]
Kiefer	528 [35],[36],[37]	11967 [35],[36],[37]	53 [35],[36],[37]	103 [35],[36],[37]
Lärche	584 [35],[36],[37]	13383 [35],[36],[37]	55 [35],[36],[37]	105 [35],[36],[37]
Tanne	449 [35],[36],[37]	11417 [35],[36],[37]	47 [35],[36],[37]	85 [35],[36],[37]
Eibe	670 [35]	13500 [35]	58 [35]	108 [35]
Aspe	482 [35],[36],[37]	7700 [35],[36],[37]	33 [35],[36],[37]	75 [35],[36],[37]
Bergahorn	629 [36],[37]	9975 [36],[37]	56 [36],[37]	96 [36],[37]
Birke	671 [35],[36],[37]	15583 [35],[36],[37]	51 [35],[36],[37]	136 [35],[36],[37]
Rotbuche	726 [35],[36],[37]	15450 [35],[36],[37]	61 [35],[36],[37]	129 [35],[36],[37]
Rosskastanie	540 [35],[36]	5580 [35],[36]	33 [35],[36]	80 [35],[36]
Edelkastanie	601 [35],[36],[37]	8400 [35],[36],[37]	49 [35],[36],[37]	131 [35],[36],[37]
Eiche	699 [35],[36],[37]	12617 [35],[36],[37]	61 [35],[36],[37]	93 [35],[36],[37]
Esche	714 [35],[36],[37]	13233 [35],[36],[37]	52 [35],[36],[37]	158 [35],[36],[37]
Robinie	767 [35],[36],[37]	12750 [35],[36],[37]	70 [35],[36],[37]	139 [35],[36],[37]
Bambus Bauteilgröße*	666 [5]	8612 [5]	40 [5]	45 <sup>[5]</sup>
Bambus Kleinprobe*	644 [40]	10471 [40]	55 [40]	124 [40]
Carbonfaserlaminat	1550 [1]	151690 [1]	1103 [1]	2965 [1]
Glasfaserlaminat	1882 [2]	41370 [2]	765 [2]	1048 [2]
Federstahl	7850 <sup>[21]</sup>	200000 [21]	1680 [21]	1680 [21]
Aluminium	2700 [39]	72000 [39]	275 [39]	275 [39]
Tiersehnen	1300 [21]	1200 [21]	_	200 [20]
Horn	1300 [21]	2700 [21]	130 [20]	_
	Fichte  Kiefer  Lärche  Tanne  Eibe  Aspe  Bergahorn  Birke  Rotbuche  Rosskastanie  Edelkastanie  Eiche  Esche  Robinie  Bambus Bauteilgröße*  Carbonfaserlaminat  Glasfaserlaminat  Federstahl  Aluminium  Tiersehnen	Fichte	Fichte	Fichte   454   155   136   137   11500   135   136   137

 $\rho_{mean}$ ... Mittelwert der Rohdichte

 $E_{0,\text{mean}}$ ... Mittelwert der Rohdul längs zur Faserrichtung  $f_{c,0,\text{mean}}$ ... Mittelwert der Druckfestigkeit längs zur Faserrichtung  $f_{t,0,\text{mean}}$ ... Mittelwert der Zugfestigkeit längs zur Faserrichtung \* bei den angeführten Materialproben handelt es sich um Moso-Bambus



Unter Anwendung der vorgestellten Beurteilungsmethodik ergibt sich das in Abbildung 5-47 dargestellte Diagramm. Wie bereits zuvor erwähnt, wird das Leistungspotenzial an der Höhe der Rückstellzeit gemessen. Die Anwendung dieser Beurteilungsmethodik an einem anderen Bogenmodell würde zwar unterschiedliche Absolutwerte ergeben, jedoch wäre die Relation zwischen den einzelnen Materialien dieselbe. Es kann festgestellt werden, dass mit Ausnahme der metallischen Werkstoffe und von Horn die Leistungsfähigkeit auf Zug deutlich höher ist als gegenüber Druckbeanspruchung. Folglich ist bei den meisten Bögen, welche aus einem einzigen Material hergestellt sind, die Druckseite höher ausgelastet als die Zugseite. Ein Umstand, welcher den Vorteil der Kompositbogentechnik aufzeigt. Hierbei kann ein gegenüber Druckeinwirkung leistungsfähiges Material mit einem weiteren Werkstoff, welcher gute Werte hinsichtlich Zugbeanspruchung aufweist, kombiniert werden. Das bekannteste Beispiel dafür ist die Kombination von Horn und Tiersehnen. Diese historische Variante weist ähnlich gute Werte wie heutige carbon- oder glasfaserverstärkte Kunststoffe auf. Es zeigt sich, dass die optimalste Kombination jene von zugseitigem Carbonfaserlaminat und druckseitigem Glasfaserlaminat ist. Jene Kombination, welche auch bei dem betrachteten Bogenmodell angewendet wurde und dessen Leistungsfähigkeit unterstreicht.

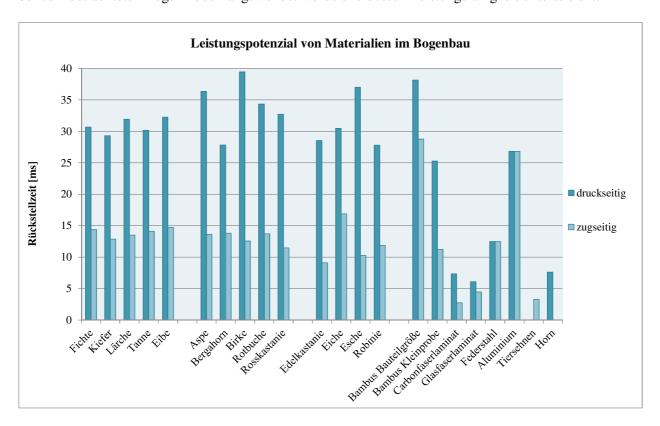


Abbildung 5-47: Gegenüberstellung des Leistungspotenzials von Materialien im Bogenbau

Hölzerne Bögen verfügen im Vergleich zu diesen Kompositaufbauten über eine geringe Leistungsfähigkeit. Dadurch, dass Kompositbögen in der Regel höhere Dehnungen bzw. Stauchungen ertragen, ergäben sich gegenüber den Holzbögen schmalere Wurfarme, wodurch Masse eingespart wird. Die Gegenüberstellung der einzelnen Holzarten ergibt ein relativ gleichmäßiges Bild. Hinsichtlich des zugseitigen Leistungspotenzials sind vor allem Esche und Edelkastanie hervorzuheben, wohingegen Bergahorn und Robinie gegenüber Druckbeanspruchung gute Werte aufweisen. Dies deckt sich auch mit Empfehlungen, welche von traditionellen Bogenbauern gegeben werden. Lediglich die Eibe, welche als "Königin" der Bogenhölzer gilt, weist in dieser Gegenüberstellung eher moderate Werte auf. Relativ ähnlich zu den heimischen Holzarten, verhalten sich die angeführten Moso-Bambusproben. Hierbei sind



signifikante Unterschiede zwischen Kleinproben und Proben in Bauteilgröße festzustellen. Es ist jedoch davon auszugehen, dass die Werte der Kleinproben repräsentativer für den Zweck des Bogenbaus sind. Grundsätzlich gilt Bambus als ein leistungsfähiges Bogenbaumaterial. Ein Umstand, welcher sich auch in den Ergebniswerten der Kleinproben wiederspiegelt. Beim Vergleich der angeführten Metalle zeigt sich, dass Aluminium trotz der wesentlichen geringeren Rohdichte ein geringeres Leistungsvermögen aufweist als Federstahl. Dies ist auf den niedrigeren E-Modul und deutlich niedrigere Festigkeiten zurückzuführen. Die relativ kurzen Rückstellzeiten ergeben sich aus dem Umstand, dass bei dieser Betrachtung kein Pfeil angesetzt wurde. Dieser hätte für eine Relativierung der Verhältnisse gesorgt.



# KAPITEL 6: ZUSAMMENFASSUNG & AUSBLICK

## 6-1 ZUSAMMENFASSUNG

Im Zuge dieser Arbeit wurden zunächst die Bruchstellen der delaminierten Recurvebögen analysiert. Hierbei ließ sich ein Klebstoffversagen, welches im Übergangsbereich zwischen dem Griffstück und den bogenrückenseitig laufenden Lamellen eintrat, feststellen. Theoretische Überlegungen hinsichtlich der Beanspruchungen des Bogens ergaben, dass dieses Versagen auf eine hohe lokale Querzugbeanspruchung zurückzuführen ist. Um diese These zu bestätigen erfolgten anschließend Betrachtungen an Rechenmodellen sowie ergänzende praktische Versuchsdurchführungen.

Da es sich bei den vorliegenden Schäden um Klebstoffbrüche handelt, wurde das verwendete Epoxidharz EA-40 in Kombination mit den betroffenen Fügeteilen hinsichtlich Schub- und Querzugbeanspruchung getestet. Hierbei wurde sowohl der Temperatureinfluss bei der Herstellung der Probekörper als auch beim Prüfvorgang variiert. Es stellte sich heraus, dass jene Prüfkörper, welche heißverklebt wurden, eine höhere Festigkeit aufwiesen als die bei Raumtemperatur ausgehärteten Proben. Dies bestätigte sich auch im qualitativen Vergleich der Bruchbilder, da es bei den heißverklebten Prüfkörpern selten zu reinen Klebstoffbrüchen kam. Des Weiteren war die erzielbare Klebstofffestigkeit bei jenen Proben, welche während des Prüfvorgangs einer thermischen Belastung ausgesetzt wurden, deutlich geringer. Jedoch führte eine Heißverklebung auch bei dieser Prüfkonfiguration zu einer höheren Wärmeformbeständigkeit und somit zu höheren Festigkeitswerten als bei jenen Proben, welche bei Raumtemperatur verklebt wurden.

Um die Höhe der Eigenspannungen abzuschätzen, wurde einer der Recurvebögen in seine Grundbestandteile auseinandergenommen. Anhand der Rückstelltendenz der einzelnen Lamellen konnte deren Relaxationsverhalten sowie der damit verbundene Eigenspannungsabbau festgestellt werden. Hierbei ergaben sich erhebliche Unterschiede zwischen den getesteten Materialien. Während sich das Carbonfaserlaminat wieder vollständig zurückverformte, relaxierte das Glasfaserlaminat zu 84 %. Dahingegen ergaben sich bei den Bambuslamellen rund 23 % Relaxation. Unter Berücksichtigung dieser Relaxationswerte konnte in weiterer Folge auf die Eigenspannungsverläufe im Bogen geschlossen werden.

Auf Basis der Geometriedaten eines vom Recurvebogen angefertigten 3D-Laserscans, wurden Rechenmodelle erstellt. Mit deren Hilfe wurde das quasistatische Verhalten des Bogens während des Auszugs, aber auch der dynamische Abschussvorgang analysiert. Um die Ergebnisse aus den Rechenmodellen zu validieren erfolgten praktische Ganzbogenversuche vom Spannvorgang und vom Abschuss des Pfeils. Hierbei ergaben sich gute qualitative Übereinstimmungen zwischen dem realen Bogen und den FE-Modellen, wobei das statische Modell sich als rund 15 % steifer erwies. Aus den Berechnungen resultierten einerseits Spannungszustände aus der quasistatischen Belastungsphase, aber auch die Beanspruchungen während der kurzzeitigen dynamischen Entlastung.



Aus der Summe all dieser Einzelbetrachtungen ergab sich ein Bild von der Auslastung des Bogens. Die aus den Rechenmodellen bestimmten Beanspruchungen infolge äußerer Last wurden mit jenen aus der Eigenspannungsermittlung überlagert. Bei der Analyse der Wurfarme stellte sich heraus, dass die am Griffstück angrenzenden Bereiche am höchsten ausgelastet waren. Dies war einerseits auf die hohe Beanspruchung infolge äußerer Last, andererseits auf die ungünstige Überlagerung mit den Eigenspannungen zurückzuführen. Weiters zeigte sich, dass die These der Querzugbeanspruchung im nach innen gerundeten Griffbereich zutreffend war. Hierbei ergaben sich für den Belastungszustand des Vollauszugs Querzugspannungen in Höhe von rund 2,5 N/mm<sup>2</sup> für die Klebefuge. Nach dem Erkenntnisstand dieser Arbeit führte das Zusammenspiel zwischen ungünstigen Querzugbeanspruchung der Klebefuge, der lokalen Querschnittsreduktion und einer erhöhten thermischen Einwirkung zum Delaminieren einiger Bögen.

Um ein derartiges Versagen künftig ausschließen zu können, wurden auf Basis spannungstechnischer Analysen Modifikationsvarianten erarbeitet. Diese beruhten auf einer Adaptierung der derzeit zugseitig durchgehenden Lamellenführung. Die Überlegung bestand darin, die Lamellen bereits vor dem kritischen, nach innen gerundeten Griffbereich enden zu lassen und die Lasten aus den Wurfarmen über Schub in das Griffstück einzuleiten. Daraus gingen zwei unterschiedliche Modifikationsvarianten hervor, wobei die erste Variante vorsah, die zugseitigen Lamellen jeweils zwischen den Wendepunkten vollkommen herauszuschleifen, wohingegen bei der zweiten Variante dieser Bereich bis zu den Hochpunkten des Griffstücks reichte. FE-Analysen zeigten, dass die Modifikationsvariante 2 eine geringere Spannungsbelastung im Einleitungsbereich hervorruft, weshalb diese Optimierungsempfehlung zu bevorzugen wäre. Aus Gründen der höheren Klebstofffestigkeit und Wärmeformbeständigkeit, wird weiters empfohlen, die Recurvebögen künftig im Heißklebeverfahren herzustellen.

## 6-2 AUSBLICK

Anhand der Klebstoffprüfungen wurde festgestellt, dass beim verwendeten Epoxidharz EA-40 ein deutlicher Festigkeitsverlust bei erhöhter thermischer Beanspruchung auftritt. Da im Umfang der Versuche jedoch nur zwei unterschiedliche Temperaturlastfälle betrachtet werden konnten, bräuchte es noch weitere Prüfdurchführungen um einen vollständigen Interaktionsverlauf zwischen Klebstofffestigkeit und thermischer Beanspruchung herzustellen. Außerdem wäre abzuklären, ob die in den Fügeteilen verwendeten Klebstoffe mit dem verwendeten Epoxidharz verträglich sind. Ergänzend könnten noch alternative Epoxidharze, Phenolharze oder Klebstoffe auf Polyurethanbasis hinsichtlich deren Eignung für den Bogenbau getestet werden.

Da die Höhe der fertigungsinduzierten Spannungen in der Klebefuge nur qualitativ aufgezeigt werden konnte, wäre der nächste Schritt eine versuchstechnische Überprüfung dieser theoretischen Überlegungen. Außerdem könnte mittels eines komplexeren Rechenmodells die Höhe der auftretenden, Querzug- und Querdruckeigenspannungen in der Klebefuge bestimmt werden.

Der Abschusstest des Bogens wurde mit einer Hochgeschwindigkeitskamera aufgenommen, wodurch sich ein Zeit-Weg-Diagramm des Pfeils ermitteln ließ. Durch einmaliges Ableiten des Weges nach der Zeit ergab sich in weiterer Folge das Geschwindigkeits-Weg-Diagramm und beim zweimaligen Ableiten das Beschleunigungs-Weg-Diagramm. Aufgrund der kleinen Zeitschritte wirkten sich Messungenauigkeiten mit jeder Ableitung entsprechend gravierender aus, weshalb die Exaktheit des errechneten Beschleunigungs-Weg-Verlaufs zu hinterfragen war. Wesentlich genauer wäre es den Pfeil mit einem Beschleunigungssensor auszustatten und durch Integration über die Zeit auf Geschwindigkeit und



zurückgelegten Weg des Pfeils zu schließen. Hierbei gäbe es die Möglichkeit den Beschleunigungssensor in die Spitze des Pfeils zu integrieren um somit dessen Luftwiderstand nicht zu verfälschen.

Die spannungstechnische Analyse des Wurfarms ergab, dass dieser hinsichtlich Biegebeanspruchung nicht gleichmäßig ausgenutzt ist. Um dessen Querschnittsverlauf optimieren zu können und somit Masse einzusparen, müsste jedoch auch die Torsionssteifigkeit des Wurfarms bzw. dessen Stabilitätsverhalten eingehender untersucht werden. Hierbei ist anzunehmen, dass in den äußeren Wurfarmbereichen nicht die Biegebeanspruchung ausschlaggebend für die Dimensionierung des Querschnitts ist, sondern die Kippgefährdung.

Als abschließenden Punkt sind noch ergänzende Versuche zur Validierung der vorgeschlagenen Modifikationsvariante zu nennen. Zwar wurde diese Variante bereits im Zuge eines Halbbogenversuchs überprüft, doch gäbe es noch weitere Einflüsse hinsichtlich der Beanspruchung, welche zu testen sind. Zu diesem Zweck müsste ein Bogen unter Anwendung der Modifikationsvariante hergestellt werden. Die angedachten Prüfungen beinhalten einerseits einen Spannversuch unter erhöhter thermischer Einwirkung, als auch einen Dauerschwingversuch. Zwar resultiert aus der modifizierten Variante eine günstigere Beanspruchung der Klebefuge, jedoch ist deren Festigkeit stets an thermische Einflüsse gekoppelt. Mit der Durchführung des Dauerschwingversuchs soll die sich wiederholende Be- und Entlastung infolge langjähriger Nutzung des Bogens nachgestellt werden.



### ANHANG A VERZEICHNISSE

### A-1 Literaturverzeichnis

- [1] Gordon Composites: Product Specifications GC-70-UCL, Datenblatt, Montrose (USA), 2004 Quelle: http://www.gordoncomposites.com/products/TDS/GC-70-UCL.pdf | Stand: 2017-02-22
- [2] Gordon Composites: Product Specifications GC-70-UL, Datenblatt, Montrose (USA), 2004 Quelle: http://www.gordoncomposites.com/products/TDS/GC-70-UL.pdf | Stand: 2017-02-22
- [3] Cho, J., Chen, J.Y., Daniel, I.M.: Mechanical enhancement of carbon fiber/epoxy composites by graphite nanoplatelet reinforcement, Center for Intelligent Processing of Composites, McCormick School of Engineering and Applied Science, Northwestern University Evanston, 2006, DOI: http://dx.doi.org/10.1016/j.scriptamat.2006.12.038
- [4] Archila, H.F., Ansell, M.P., Walker, P.: Measurement of the in-plane shear Moduli of bamboo-Guadua using the Iosipescu shear test method, Department of Architecture and Civil Engineering, Department of Mechanical Engineering, University of Bath, 2015, Quelle: https://www.researchgate.net/publication/309176733\_MEASUREMENT\_OF\_THE\_INPL ANE\_SHEAR\_MODULI\_OF\_BAMBOO\_GUADUA\_USING\_THE\_IOSIPESCU\_SHEAR\_TEST\_ METHOD | Stand: 2017-02-27
- [5] Sharma, B., Bauer, H., Schickhofer, G., Ramage, M.: Mechanical characterisation of structural laminated bamboo, Proceedings of the Institution of Civil Engineers, 2016, DOI: http://dx.doi.org/10.1680/jstbu.16.00061
- [6] Loades, M., Dennis, P.: The composite bow, Osprey Publishing Ltd., Oxford, 2016, PDF ebook ISBN: 978-1-4728-2162-1
- [7] Hardy, R.: Longbow a social and military history, Haynes Publishing, Sparkford, 2010, ISBN: 978-1-85260-620-6
- [8] Stampf, S.: Eine sozial- und militärhistorische Analyse der englischen Langbogenschützen während des Hunderjährigen Krieges, Diplomarbeit, Universität Wien, 2015
- [9] Baumann, G., Schickhofer, G.: Prüfbericht PB 16-453-1-01, Institut für Holzbau und Holztechnologie, Technische Universität Graz, 2017
- [10] Kooi, B.W.: On the mechanics of the bow and arrow, Phd-thesis, Mathematisch Instituut, Rijksuniversiteit Groningen (Netherlands), 1983
- [11] Bogensberger, T., Schickhofer, G.: Das Leistungspotenzial des Bogens, Zuschnitt 12 Holz in Bewegung, proHolz Austria, 2003, ISSN 1608-9642,
- [12] Wolf, M.: Zen oder die Kunst des Bogenbaus, Zuschnitt 12 Holz in Bewegung, proHolz Austria, 2003, ISSN 1608-9642,



- [13] Brandner, R., Thiel, A.: Klebetechnologie und Holzwerkstoffe, Skriptum, Institut für Holzbau und Holztechnologie, Technische Universität Graz, 2015
- [14] Grayson, C.E., French, M., O'Brien, M.J., Glover, D.S.: Traditional Archery from six continents, University of Missouri Press, Columbia, 2007, ISBN: 978-0-8262-1751-6
- [15] Loades, M., Dennis, P.: The longbow, Osprey Publishing Ltd., Oxford, 2013, PDF ebook ISBN: 978-1-7820-086-0
- [16] Schickhofer, G.: Holzbau Teil B Nachweisführungen für Konstruktionen aus Holz, Skriptum, Version 1.3.1, Institut für Holzbau und Holztechnologie, Technische Universität Graz, 2009
- [17] Harrison, J.B.: Traditional Bowyer, More Unnecessary Fun, Wolf Print Publishing, Wasilla, 2005, ISBN: 0-9726393-0-6
- [18] Aondio, P.: Berechnung von Zylinderschalen aus Holz und Holzwerkstoffen unter Berücksichtigung der Spannungsrelaxation, Doktorarbeit, Lehrstuhl für Holzbau und Baukonstruktion, Technische Universität München, 2014
- [19] Schmeing GmbH & Co. KG: Technical data for dehonit® Compressed Laminated Wood, Datenblatt, Kirchhundem (Deutschland), 2016, Quelle: http://www.dehonit.de/media/downloads/dehonit-compressed-laminated-wood-englisch.pdf | Stand: 2017-07-04
- [20] Richter, H.: Die Hornbogenarmbrust Geschichte und Technik, Verlag Angelika Hörnig, Ludwigshafen, 2012, ISBN: 978-3-938921-02-9
- [21] Cotterell, B., Kamminga, J.: Mechanics of Pre-industrial Technology: An Introduction to the Mechanics of Ancient and Traditional Material Culture, Cambridge University Press, 1992, ISBN: 978-0521428712
- [22] Greenland, H.: The Traditional Archer's Handbook A Practical Guide, Sylvan Archery, 2001, ISBN: 0 952462761
- [23] Peers, C.: Genghis Khan and the mongol war machine, Pen and Sword Books Ltd, Barnsley, 2015, ISBN: 978-1-78340-056-0
- [24] Dietsch, P.: Einsatz und Berechnung von Schubverstärkungen für Brettschichtholzbauteile, Doktorarbeit, Lehrstuhl für Holzbau und Baukonstruktion, Technische Universität München, 2012
- [25] ÖNORM EN 302-3: Klebstoffe für tragende Holzbauteile Prüfverfahren Teil 3: Bestimmung des Einflusses von Säureschädigung der Holzfasern durch Temperatur- und Feuchtezyklen auf die Querzugfestigkeit, Österreichisches Normungsinstitut, Wien, 2015-10-15
- [26] ÖNORM EN 1995-1-1: Eurocode 5: Bemessung und Konstruktion von Holzbauten Teil1-1: Allgemeines- Allgemeine Regeln und Regeln für den Hochbau, Österreichisches Normungsinstitut, Wien, 2015-06-15
- [27] ÖNORM EN 302-1: Klebstoffe für tragende Holzbauteile Prüfverfahren Teil 1: Bestimmung der Längszugscherfestigkeit, Österreichisches Normungsinstitut, Wien, 2013-05-01



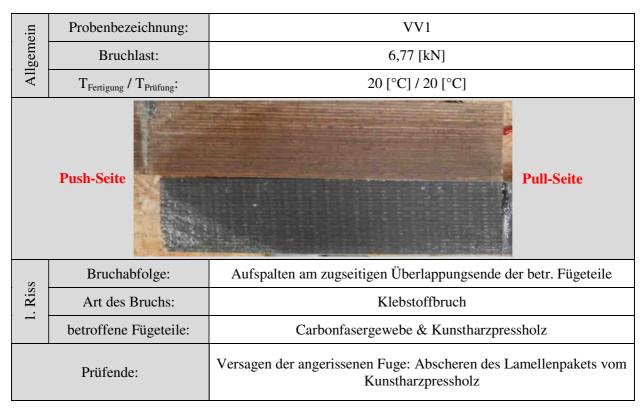
- [28] Maydl, P., Tritthart, J.: Baustofflehre GL Vorlesung, Skriptum, Version S-6-56, Institut für Materialprüfung und Baustofftechnologie mit angeschlossener TVFA, Technische Universität Graz, 2012
- [29] Virgolini, E.: Experimentelle und theoretische Untersuchungen an in Holz eingeklebten Stahlblechen, Masterarbeit, Institut für Holzbau und Holztechnologie, Technische Universität Graz, 2017
- [30] Grabner, M., Schickhofer, G.: Prüfbericht PB 15-470-1-01, Institut für Holzbau und Holztechnologie, Technische Universität Graz, 2016
- [31] Haller, P., Heiduschke, A., Putzger, R., Hartig, J.: Kunstharzpressholz zur Verstärkung von Brettschichtholz, © Ernst & Sohn Verlag für Architektur und technische Wissenschaften GmbH & Co. KG, Berlin, 2015, DOI: 10.1002 / bate.201400085
- [32] KauPo Kautschuk + Polyurethane: Technisches Merkblatt EA-40®, Datenblatt, Spaichingen (Deutschland), Quelle: http://www.kaupo.de/produkte/epoxidkleber/ea-40/ | Stand: 2017-07-04
- [33] Torsakul, S.: Modellierung und Simulation eines Verbundes von Sandwichplatten zur Entwicklung einer mechanischen Verbindungstechnik, Doktorarbeit, Lehrstuhl und Institut für Allgemeine Konstruktionstechnik des Maschinenbaus, Technische Hochschule Aachen, 2007
- [34] UHU GmbH & Co. KG: Technisches Merkblatt UHU PLUS ENDFEST 300, Datenblatt, Bühl (Deutschl.), Quelle: http://www. .uhu-profi.de/uploads/tx\_ihtdatasheets/tds\_plus\_endfest300.pdf | Stand: 2017-08-05
- [35] Wagenführ, R.: Holzatlas 6. Auflage, Fachbuchverlag Leipzig im Carl Hanser Verlag, München, 2007, ISBN-13: 978-3-446-40649-0
- [36] Sell, J.: Eigenschaften und Kenngrößen von Holzarten, Schweizerische Arbeitsgemeinschaft für das Holz, Baufachverlag, Dietikon, 1989, ISBN: 3-85565-223-6
- [37] ÖNORM B 3012: Holzarten Kennwerte zu den Benennungen und Kurzzeichen der ÖNORM EN 13556, Österreichisches Normungsinstitut, Wien, 2003-12-01
- [38] Brandner, R., Schickhofer, G., Ruli, A., Halili Y.: Leistungspotenzial von Brettschichtholz Beanspruchung auf Längsdruck und Querdruck, nonKlndB\_S\_H, Forschungsbericht, holz.bau.forschungss.gmbh, Graz, 2006
- [39] Krapfenbauer, T.: BAUTABELLEN 15. Ausgabe, Verlag Jugend & Volk GmbH, Wien, 2006, ISBN: 978-3-7100-1363-8
- [40] Leitner, P.: Structural Bamboo Mechanical Properties and Potential Fields of Application, Masterarbeit, Institut für Holzbau und Holztechnologie, Technische Universität Graz, 2015
- [41] Flesch, R., Pacht, H.: Baudynamik praxisgerecht, Band 1 Berechnungsgrundlagen, BAUVERLAG GmbH Wiesbaden und Berlin, Graz, 1993, ISBN: 3-7625-3010-6



# **ANHANG B BRUCHBILDER**

# **B-1 Einschnittige Zugscherproben**







ein	Probenbezeichnung:	VV2
Allgemein	Bruchlast:	14,96 [kN]
All	T <sub>Fertigung</sub> / T <sub>Prüfung</sub> :	20 [°C] / 20 [°C]
Push-Seite		Pull-Seite
S	Bruchabfolge:	Aufspalten am druckseitigen Überlappungsende der betr. Fügeteile
. Riss	Art des Bruchs:	Klebstoffbruch mit geringem Holzfaserbelag
	betroffene Fügeteile:	Carbonfasergewebe & Kunstharzpressholz
Prüfende:		Versagen der angerissenen Fuge: Abscheren des Lamellenpakets vom Kunstharzpressholz

ein	Probenbezeichnung:	VV3
Allgemein	Bruchlast:	11,23 [kN]
All	T <sub>Fertigung</sub> / T <sub>Prüfung</sub> :	20 [°C] / 20 [°C]
	Push-Seite	Pull-Seite
S	Bruchabfolge:	Aufspalten am druckseitigen Überlappungsende der betr. Fügeteile
. Riss	Art des Bruchs:	Klebstoffbruch
1	betroffene Fügeteile:	Carbonfasergewebe & Kunstharzpressholz
Prüfende:		Versagen der angerissenen Fuge: Abscheren des Lamellenpakets vom Kunstharzpressholz



# **B-2 Zweischnittige Zugscherproben**

sin	Probenbezeichnung:	ZS-20-1
Allgemein	Bruchlast:	31,25 [kN]
All	T <sub>Fertigung</sub> / T <sub>Prüfung</sub> :	20 [°C] / 20 [°C]
Push-Seite		Pull-Seite
S	Bruchabfolge:	Aufspalten am zugseitigen Überlappungsende der betr. Fügeteile
1. Riss	Art des Bruchs:	Klebstoffbruch mit mäßigem Holzfaserbelag
	betroffene Fügeteile:	Carbonfasergewebe & Kunstharzpressholz
Push-Seite		Pull-Seite
S	Bruchabfolge:	Aufspalten am zugseitigen Überlappungsende der betr. Fügeteile
2. Riss	Art des Bruchs:	Klebstoffbruch
2	betroffene Fügeteile:	Carbonfasergewebe & Kunstharzpressholz
Prüfende:		Versagen beider angerissener Fugen: herausziehen des ganzen Lamellenpakets vom Kunstharzpressholz



	Duchanhazaiahnuna	ZS-20-2	
Allgemein	Probenbezeichnung:		
lger	Bruchlast:	22,66 [kN]	
F	T <sub>Fertigung</sub> / T <sub>Prüfung</sub> :	20 [°C] / 20 [°C]	
	Push-Seite	Pull-Seite	
S	Bruchabfolge:	Aufspalten am zugseitigen Überlappungsende der betr. Fügeteile	
1. Riss	Art des Bruchs:	Klebstoffbruch	
1	betroffene Fügeteile:	Carbonfasergewebe & Kunstharzpressholz	
	Push-Seite Pull-Seite		
SS	Bruchabfolge:	Aufspalten am zugseitigen Überlappungsende der betr. Fügeteile	
2. Riss	Art des Bruchs:	Klebstoffbruch	
2	betroffene Fügeteile:	Carbonfaserlaminat & Bambuslamelle	
Prüfende:  Versagen beider angerissener Fugen: herausziehen des hall Lamellenpakets vom Kunstharzpressholz		Versagen beider angerissener Fugen: herausziehen des halbseitigen Lamellenpakets vom Kunstharzpressholz	



i.	Probenbezeichnung:	ZS-20-3
llgemein	Bruchlast:	28,08 [kN]
118	$T_{Fertigung}$ / $T_{Prüfung}$ :	20 [°C] / 20 [°C]
Push-Seite		Pull-Seite
SS	Bruchabfolge:	Aufspalten am zugseitigen Überlappungsende der betr. Fügeteile
1. Riss	Art des Bruchs:	Klebstoffbruch mit geringem Carbonfaserbelag
	betroffene Fügeteile:	Carbonfasergewebe & Kunstharzpressholz
Push-Seite		Pull-Seite
SS	Bruchabfolge:	Aufspalten am zugseitigen Überlappungsende der betr. Fügeteile
2. Riss	Art des Bruchs:	Klebstoffbruch
(4	betroffene Fügeteile:	Carbonfaserlaminat & Bambuslamelle
Push-Seite Ptill-Seite		
. Riss	Bruchabfolge:	Aufspalten über die gesamte Überlappungslänge
	Art des Bruchs:	Mischbruch (Klebstoff, Carbonfaser, Bambus)
3.	betroffene Fügeteile:	Carbonfasergewebe & Bambuslamelle
Prüfende: aufweiten aller angerissenen Fugen: kein Herausziehen von Lamelle da zuvor hoher Lastabfall		



in	Probenbezeichnung:	ZS-20-4
Allgemein	Bruchlast:	20,20 [kN]
All	T <sub>Fertigung</sub> / T <sub>Prüfung</sub> :	20 [°C] / 20 [°C]
Push-Seite		Pull-Seite
S	Bruchabfolge:	Aufspalten am zugseitigen Überlappungsende der betr. Fügeteile
I. Riss	Art des Bruchs:	Klebstoffbruch mit geringem Holzfaserbelag
1	betroffene Fügeteile:	Carbonfasergewebe & Kunstharzpressholz
Push-Seite Pull-Seite		Pull-Seite Pull-Seite
S	Bruchabfolge:	Aufspalten am zugseitigen Überlappungsende der betr. Fügeteile
2. Riss	Art des Bruchs:	Klebstoffbruch mit geringem Holzfaserbelag
	betroffene Fügeteile:	Carbonfaserlaminat & Bambuslamelle
Prüfende:		Versagen beider angerissener Fugen: herausziehen des halbseitigen Lamellenpakets vom Kunstharzpressholz



ein	Probenbezeichnung:	ZS-20-5
Allgemein	Bruchlast:	20,31 [kN]
All	T <sub>Fertigung</sub> / T <sub>Prüfung</sub> :	20 [°C] / 20 [°C]
Push-Seite		Pull-Seite
S	Bruchabfolge:	Aufspalten am zugseitigen Überlappungsende der betr. Fügeteile
. Riss	Art des Bruchs:	Klebstoffbruch mit geringem Holzfaserbelag
1	betroffene Fügeteile:	Carbonfasergewebe & Kunstharzpressholz
Pı	ush-Seite	Pull-Seite
S	Bruchabfolge:	Aufspalten am zugseitigen Überlappungsende der betr. Fügeteile
2. Riss	Art des Bruchs:	Klebstoffbruch
2	betroffene Fügeteile:	Carbonfaserlaminat & Bambuslamelle
	Prüfende:	Versagen beider angerissener Fugen: herausziehen des halbseitigen Lamellenpakets vom Kunstharzpressholz



sin	Probenbezeichnung:	ZS-70-1
Allgemein	Bruchlast:	30,56 [kN]
All	T <sub>Fertigung</sub> / T <sub>Prüfung</sub> :	70 [°C] / 20 [°C]
Push-Seite Pull-Seite		Pull-Seite
SS	Bruchabfolge:	Aufspalten am zugseitigen Überlappungsende der betr. Fügeteile
. Riss	Art des Bruchs:	Mischbruch (Carbonfaser, Bambus, Klebstoff)
	betroffene Fügeteile:	Carbonfaserlaminat & Bambuslamelle
Prüfende:  Versagen der angerissenen Fuge: kein Herausziehen von Lameller zuvor hoher Lastabfall		Versagen der angerissenen Fuge: kein Herausziehen von Lamellen da zuvor hoher Lastabfall

ein	Probenbezeichnung:	ZS-70-2
Allgemein	Bruchlast:	34,10 [kN]
All	T <sub>Fertigung</sub> / T <sub>Prüfung</sub> :	70 [°C] / 20 [°C]
		Pull-Seite
S S	Bruchabfolge:	Aufspalten am zugseitigen Überlappungsende der betr. Fügeteile
. Riss	Art des Bruchs:	Bruch im Carbonfaserlaminat
	betroffene Fügeteile:	Carbonfaserlaminat & Bambuslamelle
Prüfende:		Versagen der angerissenen Fuge: kein Herausziehen von Lamellen da zuvor hoher Lastabfall



ı	Probenbezeichnung:	ZS-70-3
Allgemein		
llge	Bruchlast:	37,59 [kN]
A	$T_{Fertigung}$ / $T_{Prüfung}$ :	70 [°C] / 20 [°C]
Dark Catte		Pull-Seite
S	Bruchabfolge:	Aufspalten am zugseitigen Überlappungsende der betr. Fügeteile
. Riss	Art des Bruchs:	Mischbruch (Klebstoff, Bambus, Carbonfaser)
1	betroffene Fügeteile:	Carbonfaserlaminat & Bambuslamelle
Push-Seite Pull-S		Pull-Seite
S	Bruchabfolge:	abruptes Abscheren des Kunstharzpressholzes vom Carbonfasergewebe
2. Riss	Art des Bruchs:	Bruch im Kunstharzpressholz
2	betroffene Fügeteile:	Kunstharzpressholz & Carbonfasergewebe
Prüfende:  Versagen beider Fugen: herausziehen des halbseitigen Lamelles sowie einen Abschnitt des Kunstharzpressholzes		Versagen beider Fugen: herausziehen des halbseitigen Lamellenpakets sowie einen Abschnitt des Kunstharzpressholzes



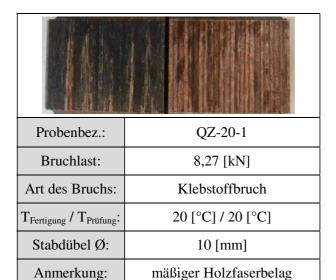
ein	Probenbezeichnung:	ZS-70-4
Allgemein	Bruchlast:	26,37 [kN]
All	T <sub>Fertigung</sub> / T <sub>Prüfung</sub> :	70 [°C] / 20 [°C]
	Push-Seite	Pull-Seite Pull-Seite
ø	Bruchabfolge:	Aufspalten am zugseitigen Überlappungsende der betr. Fügeteile
1. Riss	Art des Bruchs:	Mischbruch (Klebstoff, Bambus, Carbonfaser)
1	betroffene Fügeteile:	Carbonfaserlaminat & Bambuslamelle
	Push-Seite	Pull-Scite
ø	Bruchabfolge:	Aufspalten am zugseitigen Überlappungsende der betr. Fügeteile
2. Riss	Art des Bruchs:	Mischbruch (Klebstoff, Bambus, Carbonfaser)
2	betroffene Fügeteile:	Carbonfaserlaminat & Bambuslamelle
	Prüfende:	Versagen beider Fugen: herausziehen des Carbonfaserlaminats



in	Probenbezeichnung:	ZS-70-5				
Allgemein	Bruchlast:	26,70 [kN]				
All§	T <sub>Fertigung</sub> / T <sub>Prüfung</sub> :	70 [°C] / 20 [°C]				
	Push-Seite	Pull-Seite Pull-Seite				
S	Bruchabfolge:	Aufspalten am zugseitigen Überlappungsende der betr. Fügeteile				
1. Riss	Art des Bruchs:	Mischbruch (Klebstoff, Bambus, Carbonfaser)				
	betroffene Fügeteile:	Carbonfaserlaminat & Bambuslamelle				
	Push-Seite Push-Seite					
- 1	Danshahfalası	Aufonolton om massitisen Überlannun sonnde den beta Eijesteile				
Riss	Bruchabfolge:	Aufspalten am zugseitigen Überlappungsende der betr. Fügeteile				
2. R	Art des Bruchs:	Mischbruch (Klebstoff, Bambus, Carbonfaser)				
	betroffene Fügeteile:	Carbonfaserlaminat & Bambuslamelle & Carbonfasergewebe				
	Prüfende:	Versagen der angerissenen Fuge: kein Herausziehen von Lamellen da zuvor hoher Lastabfall				



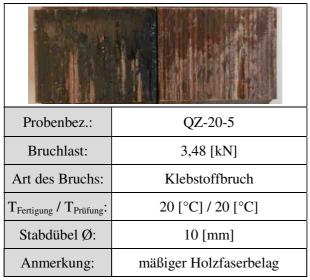
### B-3 Querzugprobekörper der Prüfgeometrie 1



Probenbez.:	QZ-20-2		
Bruchlast:	8,61 [kN]		
Art des Bruchs:	Klebstoffbruch		
T <sub>Fertigung</sub> / T <sub>Prüfung</sub> :	20 [°C] / 20 [°C]		
Stabdübel Ø:	10 [mm]		
Anmerkung:	geringer Holzfaserbelag		

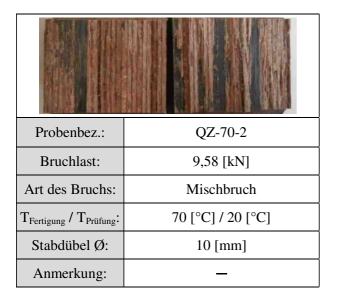




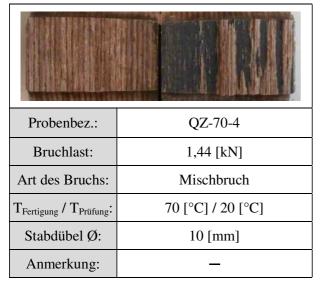










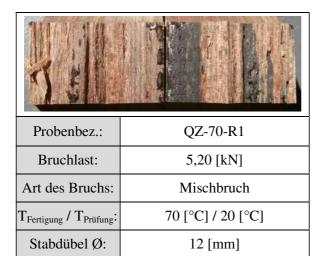




Anmerkung:

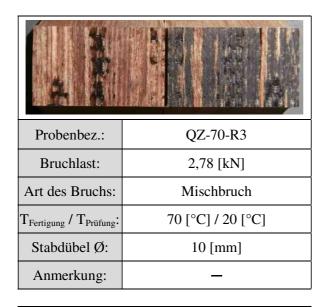


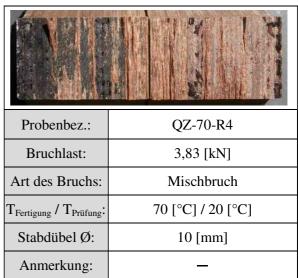
### B-4 Querzugprobekörper der Prüfgeometrie 2

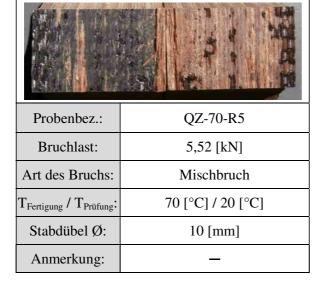


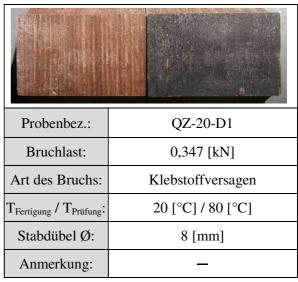
exzentrisches Bruchbild

Probenbez.:	QZ-70-R2			
Bruchlast:	3,57 [kN]			
Art des Bruchs:	Mischbruch			
T <sub>Fertigung</sub> / T <sub>Prüfung</sub> :	70 [°C] / 20 [°C]			
Stabdübel Ø:	12 [mm]			
Anmerkung:	exzentrisches Bruchbild			

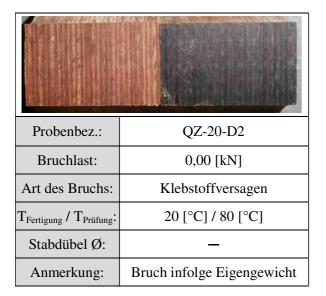












Probenbez.:	QZ-20-D3		
Bruchlast:	< 0,100 [kN]		
Art des Bruchs:	Klebstoffversagen		
T <sub>Fertigung</sub> / T <sub>Prüfung</sub> :	20 [°C] / 80 [°C]		
Stabdübel Ø:	8 [mm]		
Anmerkung:	Bruchlast nicht genau messbar		

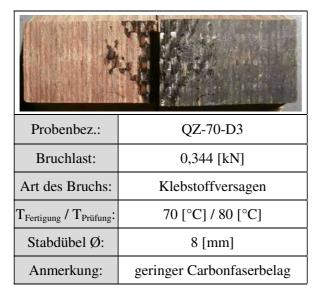


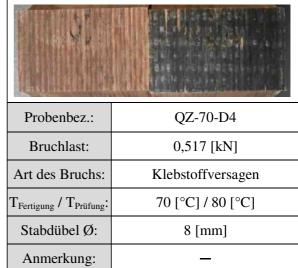


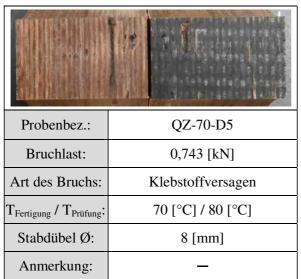








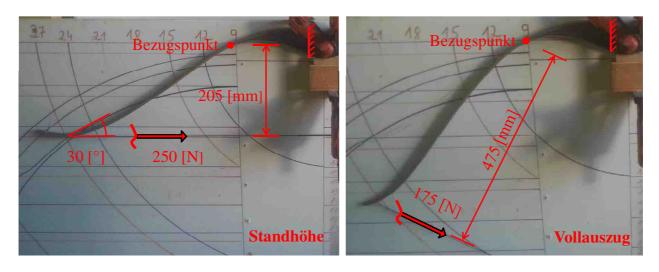






# ANHANG C VERGLEICHSRECHNUNGEN

# C-1 Statisches System und Schnittgrößen



Einwirkende Schnittkräfte am Bezugspunkt im Zustand der Standhöhe:

$$M = 250 [N] * 205 [mm] = 51250 [Nmm]$$
  
 $N = -250 [N] * cos (30°) = -217 [N]$ 

Einwirkende Schnittkräfte am Besugspunkt im Zustand des Vollauszugs:

$$M = 175 [N] * 475 [mm] = 83125 [Nmm]$$

### C-2 Spannungsberechnung mit dem n-Ziffer-Verfahren

Nr.	Bezeichnung	b[mm]	h[mm]	$A_i*n_i$ [mm²]	e <sub>z</sub> [mm]	$A_i *n_i *e_z [mm^3]$	$A_i*n_i*e_z^2 [mm^4]$	$I_{yi}*n_i [mm^4]$
1	Carbonfaserlaminat	31,00	0,600	327,62	0,300	98,28	29,49	9,83
2	Bambuslamelle	31,00	2,000	62,00	1,600	99,20	158,72	20,67
3	Carbonfasergewebe	31,00	0,450	122,85	2,825	347,05	980,40	2,07
4	Bambuslamelle	31,00	2,000	62,00	4,050	251,10	1016,96	20,67
5	Glasfaserlaminat	31,00	1,000	148,92	5,550	826,49	4587,00	12,41
Σ			6,050	723,38		1622,12	6772,57	35,15

### Schwerpunktsberechnung:

$$y_S = 0,00$$
 da Querschnitt symetrisch! 
$$z_S = \frac{\sum A_i * \sum z_i}{\sum A_i} = \frac{1622,12}{723,38} = 2,24 \text{mm}$$

EA = 6.229.760



### Trägheitsmoment:

$$I_y = \Sigma Iy + \Sigma Ai * ez^2 - Ai * zs^2 =$$
 $I_y = 3.170 \text{ mm}^4$ 
 $EI_y = 27.302.310 \text{ Nmm}^2$ 

Bezeichnung	E-Modul [N/mm²]	n - Ziffer [-]
Carbonfaserlaminat	151690	17,61
Bambuslamelle	8612	1,00
Carbonfasergewebe	75840	8,81
Bambuslamelle	8612	1,00
Glasfaserlaminat	41370	4,80

### zugseitige Randspannungen für den Zustand der Standhöhe:

$$\sigma = \underbrace{\frac{M * z * n}{I_{v}} + \frac{N * n}{A}}_{} = \underbrace{\frac{51250 * 2,24 * 17,61}{3.170}}_{} - \underbrace{\frac{217 * 17,61}{723}}_{} = \underbrace{\frac{633,24}{N/mm^{2}}}_{}$$

### druckseitige Randspannungen für den Zustand der Standhöhe:

$$\sigma = \underbrace{\frac{M * z * n}{I_{v}}}_{} + \underbrace{\frac{N * n}{A}}_{} = \underbrace{\frac{51250 * 3,81 * 4,80}{3.170}}_{} - \underbrace{\frac{217 * 4,80}{723}}_{} = \underbrace{\frac{-297,12}{N/mm^{2}}}_{}$$

### zugseitige Randspannungen für den Zustand des Vollauszugs:

$$\sigma = \underbrace{\frac{M * z * n}{I_{y}}} = \underbrace{\frac{83125 * 2,24 * 17,61}{3.170}} = \underbrace{\frac{1.035,46}{0.0000} \text{N/mm}^{2}}$$

### druckseitige Randspannungen für den Zustand des Vollauszugs:

$$\sigma = \frac{M * z * n}{I_{y}} = \frac{83125 * 3,81 * 4,80}{3.170} = \frac{-479,59}{3.170} \text{ N/mm}^{2}$$

Dies ist eine Veröffentlichung des

#### **FACHBEREICHS INGENIEURBAUKUNST (IBK) AN DER TU GRAZ**

Der Fachbereich Ingenieurbaukunst umfasst die dem konstruktiven Ingenieurbau nahe stehenden Institute für Baustatik, Betonbau, Stahlbau & Flächentragwerke, Holzbau & Holztechnologie, Materialprüfung & Baustofftechnologie, Baubetrieb & Bauwirtschaft, Hochbau & Industriebau, Bauinformatik und Allgemeine Mechanik der Fakultät für Bauingenieurwissenschaften an der Technischen Universität Graz.

Dem Fachbereich Ingenieurbaukunst ist das Bautechnikzentrum (BTZ) zugeordnet, welches als gemeinsame hochmoderne Laboreinrichtung zur Durchführung der experimentellen Forschung aller beteiligten Institute dient. Es umfasst die drei Laboreinheiten für konstruktiven Ingenieurbau, für Bauphysik und für Baustofftechnologie.

Der Fachbereich Ingenieurbaukunst kooperiert im gemeinsamen Forschungsschwerpunkt "Advanced Construction Technology". Dieser Forschungsschwerpunkt umfasst sowohl Grundlagen- als auch praxisorientierte Forschungs- und Entwicklungsprogramme.

Weitere Forschungs- und Entwicklungskooperationen bestehen mit anderen Instituten der Fakultät, insbesondere mit der Gruppe Geotechnik, sowie nationalen und internationalen Partnern aus Wissenschaft und Wirtschaft.

Die Lehrinhalte des Fachbereichs Ingenieurbaukunst sind aufeinander abgestimmt. Aus gemeinsam betreuten Projektarbeiten und gemeinsamen Prüfungen innerhalb der Fachmodule können alle Beteiligten einen optimalen Nutzen ziehen.

Durch den gemeinsamen, einheitlichen Auftritt in der Öffentlichkeit präsentiert sich der Fachbereich Ingenieurbaukunst als moderne Lehr- und Forschungsgemeinschaft, welche die Ziele und Visionen der TU Graz umsetzt.

Nummerierungssystematik der Schriftenreihe

- S Skripten, Vorlesungsunterlagen | F Forschungsberichte
- V Vorträge, Tagungen | M Masterarbeiten

#### Institutskennzahl:

- 1 Allgemeine Mechanik | 2 Baustatik | 3 Betonbau
- 4 Holzbau & Holztechnologie | 5 Stahlbau & Flächentragwerke
- 6 Materialprüfung & Baustofftechnologie | 7 Baubetrieb & Bauwirtschaft
- 8 Hochbau & Industriebau | 9 Bauinformatik

Fortlaufende Nummer pro Reihe und Institut / Jahreszahl